



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
ENERGETICKÝ ÚSTAV

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING
ENERGY INSTITUTE

VLIV STOČENÍ OBĚŽNÉHO KOLA NA CHARAKTERISTIKU ČERPADLA

THE INFLUENCE OF THE IMPELLER DIAMETER DECREASING ON THE PUMPS
CHARACTERISTIC

DIPLOMOVÁ PRÁCE
MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE
AUTHOR

Bc. RICHARD JELEN

VEDOUCÍ PRÁCE
SUPERVISOR

doc. Ing. VLADIMÍR HABÁN, Ph.D.

BRNO 2014

Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Energetický ústav

Akademický rok: 2013/2014

ZADÁNÍ DIPLOMOVÉ PRÁCE

student(ka): Bc. Richard Jelen

který/která studuje v **magisterském navazujícím studijním programu**

obor: **Fluidní inženýrství (2301T036)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Vliv stočení oběžného kola na charakteristiku čerpadla

v anglickém jazyce:

The influence of the impeller diameter decreasing on the pumps characteristic

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Při praktickém použití radiálních odstředivých čerpadel je možno měnit parametry čerpadla stočením oběžného kola. Vztahy pro výpočet změny charakteristiky po stočení oběžného kola jsou nepřesné. Úkolem studenta bude na základě dostupných charakteristik čerpadel stanovit přesnější přepočtení vztahy charakteristiky čerpadla po stočení oběžného kola.

Cíle diplomové práce:

Korekce vztahu pro přepočet charakteristiky čerpadla v závislosti na průměru kola.

Seznam odborné literatury:

Bude úkolem diplomanta provést literární rešerši problematicky.

Vedoucí diplomové práce: doc. Ing. Vladimír Habán, Ph.D.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2013/2014.

V Brně, dne 27.11.2013

L.S.

doc. Ing. Zdeněk Skála, CSc.
Ředitel ústavu

prof. RNDr. Miroslav Doupovec, CSc., dr. h. c.
Děkan fakulty

Abstrakt

Diplomová práce se zabývá změnou geometrie výstupní části oběžného kola u radiálních odstředivých čerpadel a jejímu vlivu na charakteristiku čerpadla. Při použití těchto radiálních odstředivých čerpadel v praxi je možno měnit jejich parametry na základě požadavků. Toto přizpůsobení parametrů se nazývá stočení oběžného kola. Jedná se o zmenšení průměru oběžného kola, čímž dochází ke snížení průtoku, dopravní výšky a účinnosti.

Existující vztahy pro výpočet změny charakteristiky po stočení oběžného kola jsou nepřesné. V této práci je pak popsán možný způsob úpravy vztahů pro přepočet charakteristiky čerpadla v závislosti na průměru kola na základě dostupných charakteristik čerpadel.

Klíčová slova

stáčení oběžného kola, průtok, měrná energie, čerpadlo

Abstract

This master's thesis deals with changing the geometry of the output section of the impeller of the radial centrifugal pumps and its influence on the characteristics of the pump. In engineering practice for these radial centrifugal pumps it is possible to change the parameters based on the requirements. This adaptation of parameters is called impeller trimming. Impeller trimming means the reduction of the impeller diameter thereby decreasing the flow, head and efficiency.

Existing equations for calculating the changes in the characteristics of the impeller trimming are inaccurate. In this thesis is describes a possible method of putting for the recalculation characteristics of a pump based on the impeller diameter on the available characteristics of pumps.

Key words

Impeller trimming, flow rate, energy, pump

Bibliografická citace

JELÉN, R. *Vliv stočení oběžného kola na charakteristiku čerpadla*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2014. 64 s. Vedoucí diplomové práce doc. Ing. Vladimír Habán, Ph.D..

Čestné prohlášení

Prohlašuji, že jsem tuto diplomovou práci na téma Vliv stočení oběžného kola na charakteristiku čerpadla vypracoval samostatně s využitím literatury a pramenů uvedených v seznamu, který je součástí této práce.

V Brně dne

.....

Richard Jelen

Poděkování

Tímto chci poděkovat panu doc. Ing. Vladimíru Habánovi, Ph.D. za poskytnuté rady, odbornou pomoc a konzultace v průběhu vypracování této diplomové práce.

OBSAH

1	ÚVOD.....	10
2	RADIÁLNÍ Odstředivé čerpadlo.....	11
2.1	PRINCIP A KONSTRUKCE.....	12
2.2	NPSH (NET SUCTION POSITIVE HEAD).....	13
3	STÁČENÍ OBĚŽNÉHO KOLA	14
3.1	SOUČASNÉ MOŽNOSTI VÝPOČTU PRŮMĚRU STOČENÝCH OBĚŽNÝCH KOL.....	14
3.2	VLASTNOSTI A PODMÍNKY STÁČENÍ OBĚŽNÝCH KOL.....	17
3.3	HLAVNÍ PŘEDPOKLADY POUŽITÉ PŘI ODVOZOVÁNÍ VZTAHŮ PRO VÝPOČET STÁČENÍ OBĚŽNÝCH KOL..	18
3.4	Q-Y CHARAKTERISTIKA ČERPADLA.....	22
3.5	PRŮTOK ČERPADLA SE STOČENÝM OBĚŽNÝM KOLEM	22
3.5.1	<i>Druhy měnicích se tvarů lopatky.....</i>	24
3.6	MĚRNÁ ENERGIE ČERPADLA SE STOČENÝM OBĚŽNÝM KOLEM	30
3.7	VÝKON ČERPADLA SE STOČENÝM OBĚŽNÝM KOLEM	31
4	VLASTNÍ ZPŮSOB VÝPOČTU PARAMETRŮ STOČENÉHO OBĚŽNÉHO KOLA	32
4.1	NÁVRH VLASTNÍHO VÝPOČTU.....	32
4.2	VÝBĚR ČERPADEL.....	33
4.3	POSTUP VÝPOČTU.....	35
4.3.1	<i>Vypsání hodnot z charakteristik</i>	35
4.3.2	<i>Aproximace vynesných bodů pomocí polynomické regrese.....</i>	36
4.3.3	<i>Numerický model pro výpočet exponentů.....</i>	40
5	VÝSLEDKY	47
5.1	ČERPADLA KSB	48
5.2	ČERPADLA LOWARA.....	49
5.3	ČERPADLA CALPEDA.....	50
5.4	CELKOVÉ PROLOŽENÍ.....	51
5.5	POROVNÁNÍ HODNOT EXPONENTŮ.....	52
5.5.1	<i>Porovnání katalogové a přepočtené Q-Y charakteristiky.....</i>	54
6	NÁVOD PRO VÝPOČET Q-Y CHARAKTERISTIKY STOČENÉHO OBĚŽNÉHO KOLA	56
7	ZÁVĚR	58
	SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ	60
	SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK A SYMBOLŮ	62
	SEZNAM OBRÁZKŮ	64

1 ÚVOD

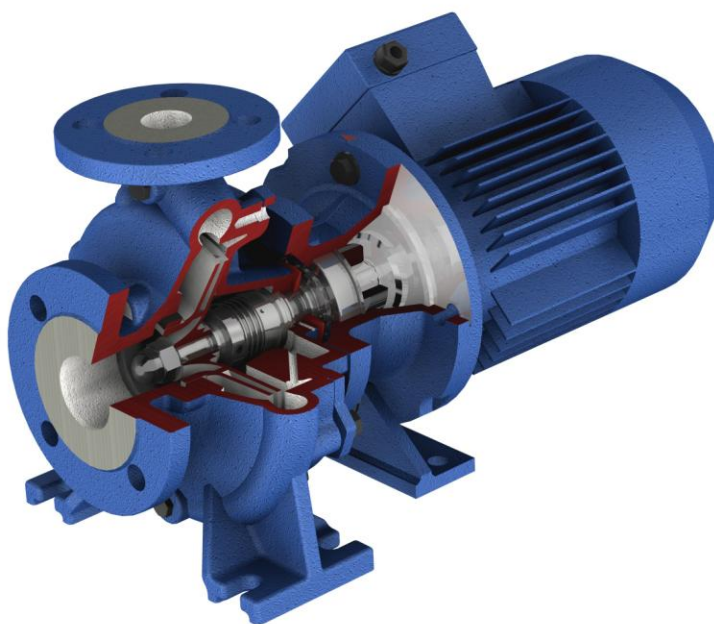
Odstředivá čerpadla patří mezi nejrozšířenější a nejpoužívanější typy čerpadel. Díky jednoduchému principu a dobrým vlastnostem pro čerpání vody se s nimi můžeme setkat ve všech odvětvích průmyslu, v domácnosti, v čističkách a úpravnách vod, vodovodech, kanalizacích apod.

Široké uplatnění odstředivých čerpadel způsobuje, že každá poptávka vyžaduje od výrobce konkrétní návrhové parametry čerpadla. To je však z ekonomického a praktického hlediska nepřipustné. Tento problém lze vyřešit zmenšením průměru již vyrobeného oběžného kola. Toto přizpůsobení se nazývá „stáčení oběžného kola“ a je běžnou praxí prováděnou na čerpadlech. Stáčením dochází ke zmenšení vnějšího průměru oběžného kola, čímž dochází ke snížení průtoku, měrné energie (dopravní výšky) a účinnosti čerpadla při konstantní rychlosti. Touto úpravou také dosáhneme úspor energie, snížíme náklady na provoz a údržbu, zlepšíme stabilitu systému, odstraníme nadměrné vibrace a hluk, a snížíme celkové opotřebení v čerpacím nebo potrubním systému.

Diplomová práce se zabývá stočením oběžných kol u radiálních odstředivých čerpadel, díky kterému je možno měnit parametry čerpadla. Úvod je věnován radiálním odstředivým čerpadlům, jejich popisu, principu funkce a rozdělení. Dále se práce věnuje samotnému popisu stáčení oběžných kol, kde jsou uvedeny vlastnosti, podmínky, hlavní předpoklady stáčení a jsou zde také zmíněny současné možnosti výpočtu průměrů stočených oběžných kol. Jelikož jsou současné vztahy pro výpočet změny charakteristiky po stočení oběžného kola nepřesné, hlavní část této práce je věnována stanovení přesnějších přepočtených vztahů charakteristiky pro stočení oběžného kola. Cílem tedy bylo provést korekci vztahu pro přepočet charakteristiky čerpadla v závislosti na průměru oběžného kola.

2 RADIÁLNÍ ODSTŘEDIVÉ ČERPADLO

Radiální odstředivá čerpadla (Centrifugal pumps), někdy též označované jako hydrodynamické pumpy, jsou nejrozšířenějším druhem hydrodynamických čerpadel. U tohoto typu odstředivého čerpadla kapalina vstupuje do oběžného kola rovnoběžně s osou otáčení (axiálně) a vystupuje oběžnými kanály kolmo na osu otáčení (radiálně). V různých úpravách je najdeme prakticky všude tam, kde se ve velkém množství čerpá voda. Z důvodu jednoduché konstrukce je většina vodních, ponorných a kalových čerpadel založena na tomto principu. [4, 5, 6]



Obrázek 2-1: Jednostupňové radiální odstředivé čerpadlo [7]

Díky velmi dobrým vlastnostem pro čerpání vody, spolehlivosti, nenáročnou údržbou, dlouhou životností a hlavně nízkými výrobními i pořízovacími náklady, se s nimi můžeme setkat ve všech domácnostech a odvětvích průmyslu. Najdeme je všude tam, kde je nutné rychle a trvale přečerpávat velké množství čisté i znečištěné vody či kapaliny bez zastavení. Jsou tedy ideální pro průběžnou dopravu a filtraci vody např. v bazénech, nádržích, studních, vodovodech, čističkách, myčkách, kanalizacích, hasicích systémech apod. V průmyslu se využívají opět pro kontinuální dopravu či čerpání velkých objemů různých kapalin s nízkou až střední viskozitou, včetně zkapalněných plynů. [4, 5, 6]

Protože je jejich rozjezd pomalejší a sací schopnosti jsou obvykle slabší (výjimku tvoří speciální samonasávací provedení), se tento typ vůbec nehodí pro provoz, kde dochází k pravidelnému a častému zastavování a spouštění, vyžadovaného například při rychlém opakovaném dávkování malých množství a objemů. Může také docházet k tomu, že čerpaný produkt může při zastavení čerpadla samospádem odtékat zpět do sacího otvoru. Proto bývají tyto čerpadla také vybaveny zpětnou klapkou, která tomuto nežádoucímu efektu zabrání. Na rozdíl od jiných druhů čerpadel, radiální odstředivá čerpadla neumožňují definovat přesné množství dopravovaného objemu na otáčku, protože průtok se mění nejen s rychlostí otáčení,

ale i s protitlakem, který proti směru proudění generuje potrubí za čerpadlem. Některé typy dokonce mohou trvale běžet (otáčet se) i v režimu, kdy výstupní potrubí je zcela uzavřeno a tedy kapalina neproudí. [4, 5, 6]

Jak už bylo zmíněno, některé druhy mají slabý sací efekt a proto je nutné je provozovat již zavodněné, včetně sacího potrubí (tj. již plně zaplavené vodou, včetně celého přívodního potrubí). Existují však i tzv. samonasávací provedení jejichž výhoda spočívá zejména ve skutečnosti, že pokud dojde k netěsnosti sacího potrubí, samonasávací čerpadlo je schopno si vodu nasát samo. Také proto není třeba při prvním uvedení do provozu zalévat celé sací potrubí, ale stačí zavodnit pouze čerpadlo (většinou pomocí jeho zalévacího otvoru). Na druhou stranu tato provedení nesmí být provozována tzv. naprázdno, protože spuštění bez vody (bez zavodnění, zcela nasucho) může způsobit rozsáhlé poškození (zničení ucpávky, deformaci oběžného kola, rozvaděčů, sacího víka atd.) [4, 5, 6]

2.1 Princip a konstrukce

Od prvního sestrojení až po dnešní podobu prošly složitým vývojem. Fyzikální princip na kterém pracují, popsal rovnici Leonhard Euler již v 18. století. Dnes je tato rovnice známá jako Eulerova rovnice hydrostatiky. Regulace průtoku se provádí škrcením na výtlaku, otáčky čerpadla zůstávají konstantní. [3, 8]

Princip funkce je založen na využití odstředivé síly. Do středu oběžného kola je přiváděna kapalina, které rotující oběžné kolo dodává kinetickou energii. Kapalina je v důsledku působící odstředivé síly unášena lopatkami směrem od středu oběžného kola a tlačena k jeho obvodu, na kterém je největší obvodová rychlost. Z toho vyplývá, že kapalina zde má největší kinetickou energii. Tuto energii kapalina získala od motoru, který pohání hřídel s pevně spojeným oběžným kolem se zahnutými lopatkami. Ty se rozbíhají od středu oběžného kola a dávají kapalině rotační pohyb. [8]

Z oběžného kola kapalina přechází do difuzoru a dále do spirálové skříně. V těchto částech se rozšiřuje průtočný průřez, tím se snižuje rychlost kapaliny (rovnice kontinuity), a stoupá tlak – dle zákona zachování energie (Bernoulliho rovnice). Kinetická energie kapaliny, získaná přeměnou mechanické práce přivedené čerpadlu, se zde mění na energii tlakovou. [5, 8]

Lopatky difuzoru usměrňují proud kapaliny z oběžného kola, omezují její víření a tím se zlepšuje účinnost stroje. Proto lopatky difuzoru jsou zakřiveny tak, aby vektor výstupní rychlosti z oběžného kola k nim byl tečný. V řadě případů však difuzor není použit a kapalina z oběžného kola přechází přímo do spirálové skříně. [5, 6, 8]

Čerpaná tekutina tak neodchází z čerpadla pomocí tlačné síly samotné lopatky, která látku tlačí před sebou, ale díky síle vznikající rotováním. To má za následek, že odstředivé čerpadlo samo o sobě nevytváří konstantní tlak, ale generuje pouze průtok a výstupní výtlak je úměrný protitlaku následujícího potrubí. [6, 8]

Podle konstrukčního provedení se dělí radiální odstředivá čerpadla na [5, 6]:

Jednostupňová (Obrázek 2-1)

- s jednoduchým nebo s dvojitým souměrným oběžným kolem
- jsou vhodná pro větší průtoky

Vícestupňová

- článková nebo zapouzdřená, zpravidla s jednoduchými oběžnými koly řazenými za sebou na společné hřídeli
- určená pro velké měrné energie (velké dopravní výšky)

Podle polohy hřídele jsou odstředivá čerpadla horizontální a vertikální. Pohánějí se nejčastěji asynchronním elektromotorem přímo spojeným spojkou. Velká vysokotlaková (vícestupňová) odstředivá čerpadla jsou poháněna elektromotorem, popřípadě parní turbínou. [4, 5, 6]

2.2 NPSH (Net Suction Positive Head)

U radiálních odstředivých čerpadel se také setkáváme s veličinou NPSH (Net Suction Positive Head). Tato veličina udává rozdíl mezi vstupním tlakem a nejnižší hodnotou tlaku uvnitř čerpadla a má podstatný vliv na správnou funkci tohoto čerpadla. NPSH tedy vyjadřuje tlakovou ztrátu, k níž dochází uvnitř vstupní části tělesa čerpadla. [9, 10]

Uvnitř čerpadla dochází ke kolísání tlaku mezi vstupní částí na sací straně a výstupní částí na výtlačné straně. Tlak vstupující do sací části čerpadla klesá. Naopak ve výtlačné části tlak stoupá až na hodnotu, která je vyšší než vstupní tlak. Je-li vstupní tlak příliš nízký, NPSH způsobí, že nejnižší tlak uvnitř čerpadla se sníží pod hodnotu tlaku nasycených par čerpané kapaliny. Nastane kavitace. Dojde ke vzniku bublinek, které v momentě zvyšování tlaku ve výtlačné části, začnou zanikat – implodovat. V důsledku toho dochází k poškození částí čerpadla, které je doprovázeno zvýšenou hlučností stroje. [9, 10]

Tomuto jevu je třeba zabránit. Proto se u všech čerpadel se v technických listech uvádí hodnota NPSHR (požadovaná hodnota NPSH). NPSHR označuje nejnižší vstupní tlak, který musí specifické čerpadlo při daném průtoku mít, aby se zabránilo vzniku kavitace. [9, 10]

3 STÁČENÍ OBĚŽNÉHO KOLA

V technické praxi často dochází k použití čerpadel, které jsou specifikovány tak, aby dodávaly vyšší výkony než vyžaduje konkrétní hydraulický systém. Děje se tak z důvodu předcházení chybám v návrhu stroje a bereme ohled i na změnu systému, ve kterých má být čerpadlo provozováno. Vzhledem k tomuto konzervativnímu přístupu, skutečné provozní body čerpadla mohou být zcela odlišné od navrhovaných bodů. Pokud tedy u dopravní výšky a průtoku překročíme požadované čerpací systémové požadavky, můžeme u tohoto oběžného kola zvážit stočení. Stáčení je technika, kdy dochází ke zmenšení vnějšího průměru oběžného kola u odstředivého čerpadla. Je to nejjednodušší způsob, jak dosáhnout změny charakteristických parametrů u odstředivého čerpadla při konstantní rychlosti. Touto úpravou kromě úspor energie snížíme i náklady na provoz a údržbu, zlepšíme stabilitu systému, odstraníme nadměrné vibrace a hluk, a snížíme celkové opotřebení v čerpacím nebo potrubním systému. [3, 11, 14, 16, 22, 23]

Výrobce čerpadel udává hodnoty tří důležitých parametrů popisující výkon čerpadla. Hodnoty dopravní výšky H , průtoku Q a výkonu P , které zjišťoval měřením aktuálně stáčených oběžných kol, bývají součástí základní charakteristiky. Pokud tyto charakteristiky nejsou k dispozici, můžeme k odhadu parametrů po stočení oběžného kola použít afinní vztahy. Výpočet na základě těchto vztahů, je založen na podobnosti oběžných kol čerpadel, kdy jsou splněny geometrické a kinematické podmínky.

3.1 Současné možnosti výpočtu průměru stočených oběžných kol

Většina dostupné literatury se snaží spíše popsat teoretickou podstatu stáčení, ale žádná experimentální studie neudává přesnější přepočty mezi stáčením oběžného kola na základě afinních vztahů.

Mnoho autorů používá k výpočtu průměrů stočených oběžných kol následující afinní vztahy [11, 14, 16, 19]:

$$\frac{Q'}{Q} = \frac{D'}{D} \quad \frac{H'}{H} = \left(\frac{D'}{D}\right)^2 \quad \frac{P'}{P} = \left(\frac{D'}{D}\right)^3 \quad (3.1)$$

Při výpočtu stáčení OK podle výše uvedených vztahů se uvažuje, že rychlostní trojúhelníky na výstupu pro plný a zmenšený průměr oběžného kola zůstávají stejné, a oba provozní body mají stejnou účinnost.

Stejnému tématu se věnoval i Lazarkiewicz a kol. v knize *Impeller Pumps*, a autor článku v [12]. Vycházeli z tvrzení, že poměr průměrů oběžných kol ve velké míře závisí na tvaru oběžného kola. Výzkum se soustředil na porovnání oběžných kol s nízkými a středními specifickými otáčkami. Bylo dokázáno, že se zvyšujícími se specifickými otáčkami se potřebná velikost stočení oběžného kola na dosáhnutí požadovaných parametrů snižovala, a docházelo i k velkému snižování hydraulické účinnosti. Velikost stočení oběžného kola vypočítali autoři pomocí přibližných vztahů [3, 12]:

$$\frac{Q'}{Q} \approx \frac{H'}{H} \approx \left(\frac{D'}{D}\right)^2 \quad (3.2)$$

kde Q , H odpovídá průtoku a dopravní výšce jmenovitého průměru D v optimálním bodě. Q' , H' jsou hodnoty požadovaného průtoku a dopravní výšky hledaného průměru D' . Pokud vzdálenosti optimálních bodů plného a redukováného průměru oběžných kol nebyly velké, předpokládali se stejné účinnosti a toto stáčení mohlo být proveditelné. [3, 12]

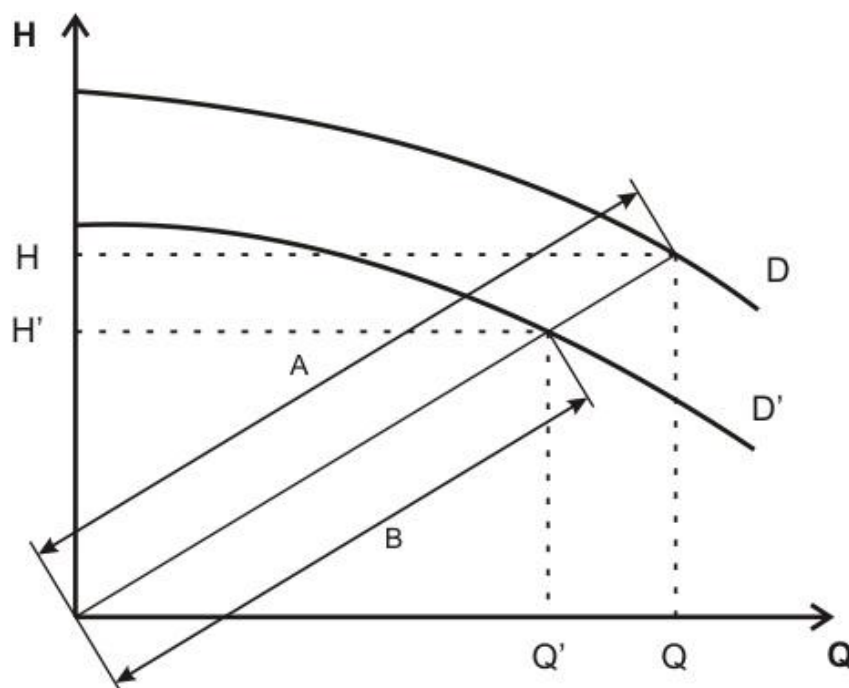
Vztahy pro výpočet nových optimálních bodů po stočení oběžného kola u odstředivých čerpadel se věnoval i výrobce Turbo San v knize Pump Headbook [3]. Stejný postup výpočtu byl popsán i v [15]. Výpočty probíhají za předpokladu, že při stočení oběžného kola nedochází ke změně šířky lopatky b . Tento předpoklad však nemusí vždy platit a to zejména u čerpadel při vyšších specifických otáčkách. Podstatou tohoto výpočtu je porovnání vzdáleností od počátku osy do optimálního bodu čerpadla se jmenovitým průměrem oběžného kola a od počátku osy do nového optimálního bodu se stočeným průměrem oběžného kola. Vztah mezi těmito vzdálenostmi a poměrem průměrů oběžných kol je popsán rovnicí:

$$\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{D}{D'} \quad (3.3)$$

kde A je vzdálenost od počátku osy do optimálního bodu čerpadla se jmenovitým průměrem oběžného kola, B je vzdálenost od počátku osy do nového optimálního bodu se stočeným průměrem oběžného kola (Obrázek 3-1). [3]

Kdy výsledný průtok pro stočený průměr oběžného kola se spočítá:

$$Q' = \left(\frac{D'}{D}\right)^2 \cdot Q \quad (3.4)$$



Obrázek 3-1: Hledání nového optimálního bodu [3]

Další způsob výpočtu je uveden ve studii [17], která se zaměřuje na změnu koeficientů u afinních vztahů (3.1) při stočení OK, pro hodnoty odečtené ze závěrného a optimálního bodu čerpadla. Autoři mají k dispozici Q-H charakteristiky jak pro plné OK, tak i pro stočená OK, které zjistili pomocí měření. Vycházejí z předpokladu, že u odstředivých čerpadel s nízkými specifickými otáčkami nedochází ke změně výstupní plochy OK a výstupního úhlu lopatky po stočení. Jejich cílem je tedy najít vzájemný vztah dopravní výšky a průtoku v provozním bodě u nestočeného průměru OK, tak aby stanovili průměr stočeného OK, který splňuje požadovanou hodnotu dopravní výšky a průtoku v čerpacím systému. Jedná se tedy o „doladění“ koeficientů u původních afinních vztahů (3.1), ze kterých stanovili přesnější hodnotu stočeného průměru.

Poměr stočeného průměru oběžného kola D' a původního průměru oběžného kola D je definován vztahem:

$$\lambda = \frac{D'}{D} \quad (3.5)$$

Afinní vztahy pro stočený průměr OK, jsou popsány následující soustavou rovnic:

$$\frac{Q'}{Q} = \lambda^{n_1} \quad \frac{H'}{H} = \lambda^{n_2} \quad \frac{P'}{P} = \lambda^{n_3} \quad (3.6)$$

kde n_1 , n_2 , n_3 jsou exponenty pro stočení, které odpovídají průtoku, dopravní výšce a výkonu; Q , H , P je průtok, dopravní výška a výkon v optimálním bodě pro původní oběžné kolo, Q' , H' , P' pro stočené oběžné kolo.

V závěrném bodě jsou hodnoty průtoku nulové a známe pouze hodnoty dopravní výšky a výkonu. Z tohoto důvodu afinní vztahy pro stočení v závěrném bodě jsou popsány těmito rovnicemi:

$$\frac{H'_0}{H_0} = \lambda^{n_{20}} \quad \frac{P'_0}{P_0} = \lambda^{n_{30}} \quad (3.7)$$

kde n_{20} a n_{30} jsou exponenty pro stáčení v závěrném bodě; H_0 a P_0 odpovídají dopravní výšce a výkonu v závěrném bodě původního OK, H'_0 a P'_0 odpovídají dopravní výšce a výkonu po stočení.

Po úpravě rovnic (3.6) a (3.7) získali, pro výpočet exponentů pro stáčení v optimálním a závěrném bodě, následující rovnice:

$$n_1 = \frac{\ln \frac{Q'}{Q}}{\ln \lambda} \quad n_2 = \frac{\ln \frac{H'}{H}}{\ln \lambda} \quad n_3 = \frac{\ln \frac{P'}{P}}{\ln \lambda} \quad (3.8)$$

$$n_{20} = \frac{\ln \frac{H'_0}{H_0}}{\ln \lambda} \quad n_{30} = \frac{\ln \frac{P'_0}{P_0}}{\ln \lambda} \quad (3.9)$$

Po dosažení požadovaných hodnot Q' , H' a P' do rovnic (3.8), získali hodnoty exponentů n_1 , n_2 a n_3 pro několik stočených oběžných kol. Obdobným způsobem, podle rovnic (3.9), vypočítali i nové exponenty n_{20} a n_{30} pro stočení OK v závěrném bodě. Následně tyto spočítané koeficienty zprůměrovali, protože uvažovali, že poměry průměrů oběžných kol nemají vliv na tyto koeficienty. Výsledné afinní vztahy pro stáčení oběžných kol jsou pak uvedeny níže:

$$\frac{Q'}{Q} = \lambda^{1,455(1)} \quad \frac{H'}{H} = \lambda^{2,090(2)} \quad \frac{P'}{P} = \lambda^{3,346(3)} \quad (3.10)$$

$$\frac{H'_0}{H_0} = \lambda^{1,957(2)} \quad \frac{P'_0}{P_0} = \lambda^{3,015(3)} \quad (3.11)$$

kde čísla v závorkách jsou teoretické exponenty ve stávajících afinních vztazích.

Při porovnání experimentálně zjištěných a teoretických koeficientů pro optimální bod si můžeme všimnout, že koeficient n_2 se jen mírně odlišuje od teoretické hodnoty, zatímco spočítané koeficienty n_1 a n_3 s teoretickými hodnotami výrazně nesouhlasí.

3.2 Vlastnosti a podmínky stáčení oběžných kol

Ačkoli přístupy k výpočtu stáčení oběžných kol jsou rozdílné, největší důraz by se měl klást na velikost stočení.

Na co bychom měli pamatovat při stáčení oběžných kol [3, 11, 14, 16, 17, 22, 23]:

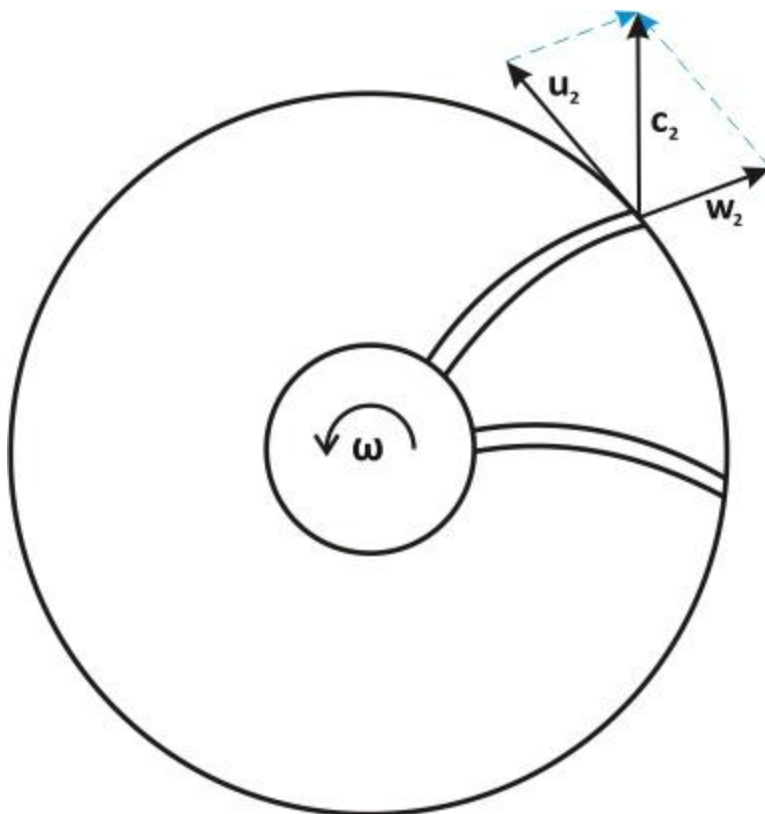
- Stáčení by nemělo překročit 75% původního průměru OK, jinak dochází k prudkému poklesu účinnosti a vzniku dějů (vibrace, kavitace), které mohou mít za následek trvalé poškození čerpadla.
- Čím vyšší jsou specifické otáčky a redukce oběžného kola, tím více se bude snižovat účinnost čerpadla se stočeným oběžným kolem.
- Při redukci průměru nad 10% z maxima, roste hodnota NPSHR a to může vést ke kavitaci, proto bychom měli velikost stočení konzultovat s výrobcem čerpadla, který může poskytnout přesné hodnoty NPSHR, získané z hydraulických zkoušek.
- Pokud je hodnota stočení větší jak 10%, úhel výstupu kapaliny se změní a křivka v Q-H charakteristice bude strmější.
- Pokud je stočení větší než 10 % původního průměru oběžného kola, zvětšuje se vůle mezi OK a spirálou a dochází na konci lopatek ke vzniku vířivosti. Tlaková ztráta na straně čerpadla a vzniklá vířivost mohou mít za následek vznik vířivého proudění kolem oběžného kola, které může způsobovat nízkofrekvenční axiální vibrace vedoucí k mechanickému poškození čerpadla. Tento jev se někdy označuje jako „prokluz“,

který ve výsledku snižuje dopravní výšku a účinnost čerpání. Vyskytuje se zejména pak u čerpadel s velkými výkony nebo vyšší dopravní výškou.

- U průměrů oběžných kol do 355 mm by měla být mezera mezi lopatkou a spirálou alespoň 4% průměru OK, aby se zabránilo vzniku kavitace u lopatek.
- U průměru nad 355 mm by měla být mezera mezi lopatkami a spirálou minimálně 6% průměru oběžného kola, aby se zabránilo vzniku této kavitace.

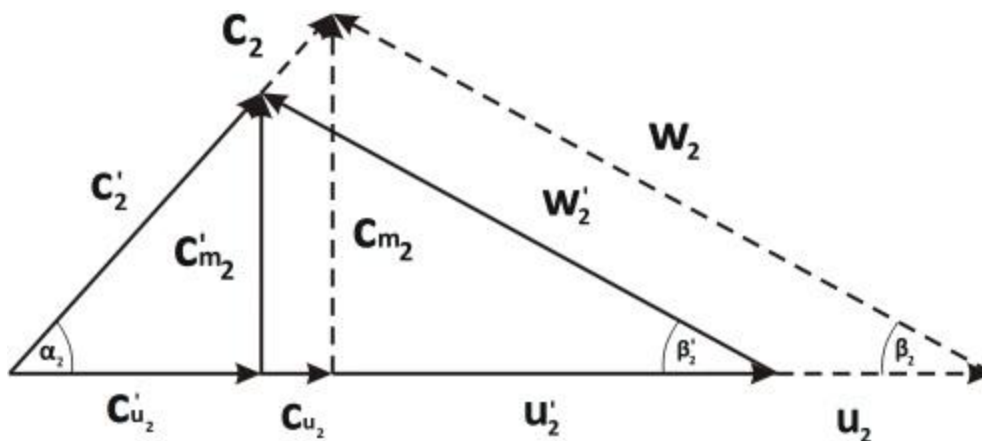
3.3 Hlavní předpoklady použité při odvozování vztahů pro výpočet stáčení oběžných kol

Jako předpoklad, při odvozování vztahů pro výpočet stočení OK, se uvažuje, že rychlostní trojúhelníky na výstupu pro plný a zmenšený průměr oběžného kola zůstávají stejné. Z toho základního předpokladu se pak vyvozují další předpoklady, které jsou využity při odvozování charakteristik čerpadla po stočení oběžného kola. [1, 2, 3]



Obrázek 3-2: Řez středem kanálu, na kterém je zobrazeno rozložení rychlostí na výstupu z lopatky oběžného kola [1, 3]

Rychlostní trojúhelníky udávají rozložení rychlostí v daných bodech oběžného kola. Na obrázku (Obrázek 3-3) je znázorněný výstupní rychlostní trojúhelník pro oběžné kolo s plným a redukovaným průměrem. Z obrázku vyplývá, že rychlostní trojúhelníky s plným a stočeným průměrem jsou si podobné. Při stočení OK dochází ke snížení rychlostí v poměru průměrů OK, ale úhly zůstávají stejné (konstantní). [1, 2, 3]



Obrázek 3-3: Rychlostní trojúhelníky oběžných kol při plném i stočeném průměru [1]

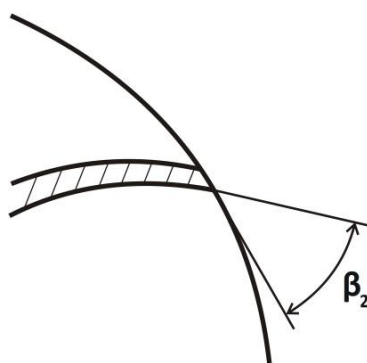
Předpoklady vyvozené z podobnosti rychlostních trojúhelníků [1, 2, 3]:

a) Úhel lopatky se nemění

- změna úhlů lopatek je tak malá, že se předpokládá jejich neměnnost
- úhel β_2 je vyznačený na obrázku (Obrázek 3-4)

$$\beta_2 = \beta'_2$$

(P 1)

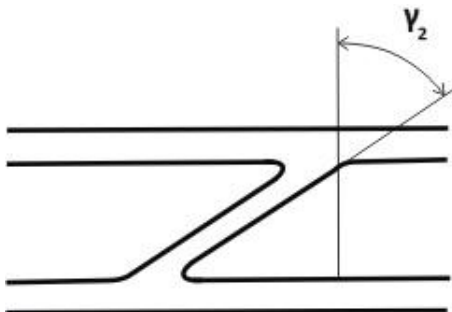


Obrázek 3-4: Úhel lopatky [1,3]

b) Úhel natočení lopatky se nemění

- při výpočtech se uvažuje neměnnost natočení lopatek (Obrázek 3-5)

$$\gamma_2 = \gamma_2' \quad (\text{P } 2)$$

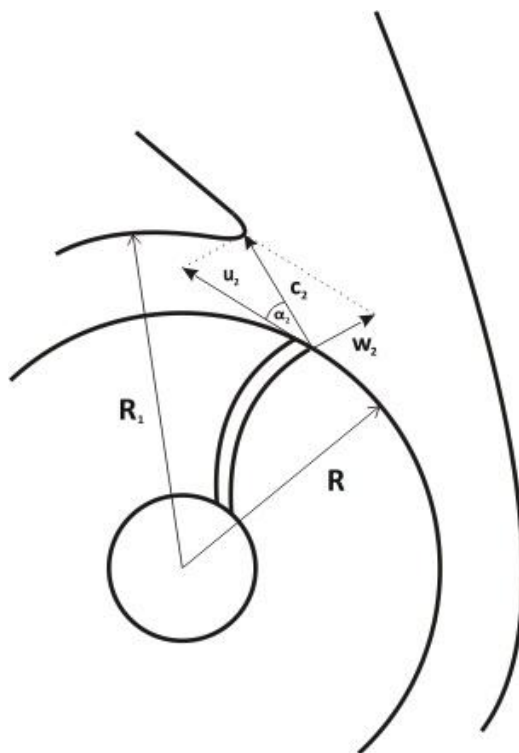


Obrázek 3-5: Čelní plocha lopatky s označeným úhlem natočení [3]

c) Úhel spirály se nemění

- tento předpoklad je důležitý z hlediska změny účinností
- ideální řešení ($R_1 = 1,035 \cdot R$) a velikost úhlu α_2 je naznačená na obrázku (Obrázek 3-6), kdy výstupní směr vody je nastavený přesně na nos spirály, jiné provedení by mohlo způsobit vznik nežádoucích vírů a následné snížení účinnosti

$$\alpha_2 = \alpha_2' \quad (\text{P } 3)$$

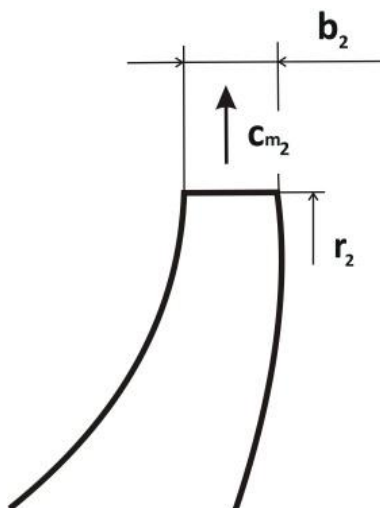


Obrázek 3-6: Spirála čerpadla [1, 3]

d) Rovnost průtokových součinitelů stočeného a nestočeného OK

$$\phi = \phi' \quad (\text{P } 4)$$

$$\frac{c_{m2}}{u_2} = \frac{c'_{m2}}{u'_2} \quad (3.12)$$

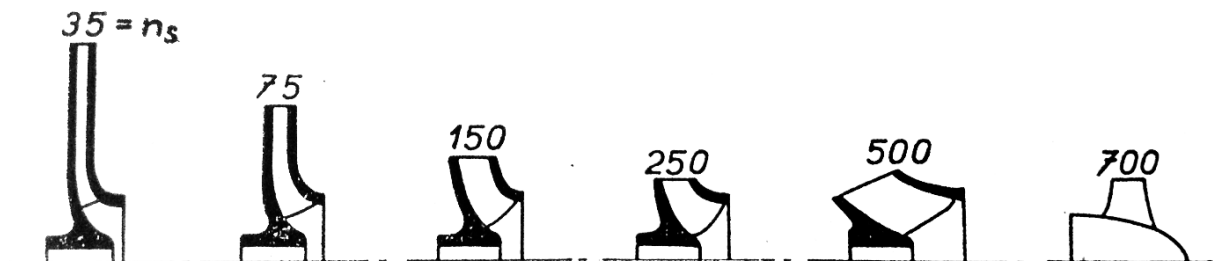


Obrázek 3-7: Meridiánový řez oběžného kola, na kterém je znázorněná meridiánová rychlost [1, 3]

e) Otáčky oběžného kola se po stočení nemění

$$n_2 = n'_2 \quad (\text{P } 5)$$

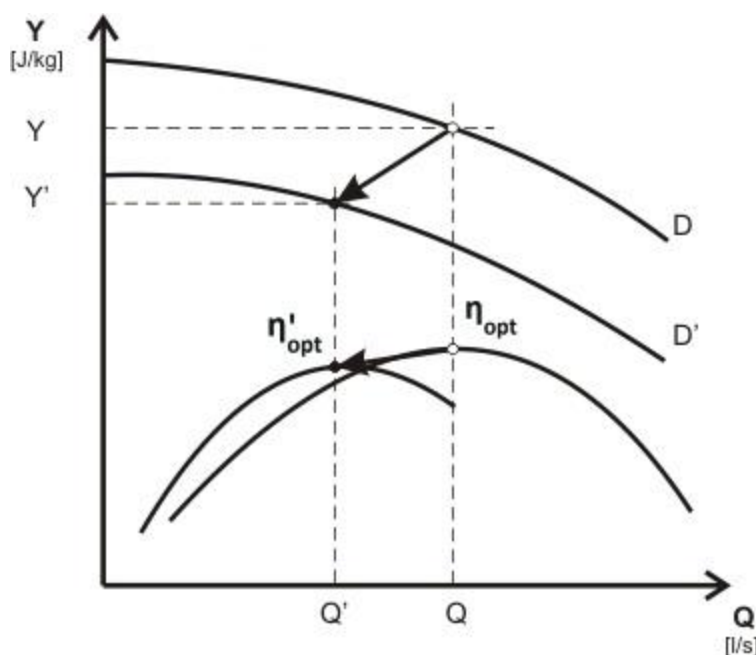
Tyto předpoklady a vztahy jsou odvozené pro radiální odstředivá čerpadla, která mají specifické otáčky do 200 ot./min a stáčí se po celém obvodě. Jelikož rychloběžností se mění tvar oběžného kola, tak čerpadla s vyššími specifickými otáčkami, mající smíšený nebo axiální průtok, se stáčení provádí částečně a nebo vůbec. Na obrázku (Obrázek 3-8) jsou uvedeny typy oběžných kol, které jsou seřazeny v závislosti na velikosti specifických otáček n_s . [1, 2, 3]



Obrázek 3-8: Typy oběžných kol podle velikosti n_s [3]

3.4 Q-Y charakteristika čerpadla

Při stáčení oběžného kola dochází k posunu optimálního bodu čerpadla. Základní charakteristikou popisující parametry čerpadla je Q-Y charakteristika, která popisuje závislost průtoku na měrné energii. Na obrázku (Obrázek 3-9) je znázorněn posun optimálního bodu čerpadla, který byl dosažený stočením oběžného kola. Je zde také naznačen posun účinnosti čerpadla v závislosti na jeho průtoku. Z obrázku vyplývá, že při zmenšení průměru OK dochází nejen ke změně průtoku a měrné energie, ale i účinnosti čerpadla, což vychází z Eulerovy čerpadlové rovnice. Při stáčení oběžných kol se tvary křivky v Q-Y charakteristice mění minimálně. U stočeních větších jak 10% z původního rozměru oběžného kola, bude křivka strmější. [3]



Obrázek 3-9: Posun optimálního bodu čerpadla dosažený stočením oběžného kola [3]

Pro vytvoření Q-Y charakteristiky je potřebné znát vztahy pro výpočet průtoku a měrné energie mezi plným a redukovaným oběžným kolem. Proto se budeme této problematice věnovat v následujících kapitolách.

3.5 Průtok čerpadla se stočeným oběžným kolem [1, 3]

V následující kapitole bude odvozen vzorec pro průtok čerpadla se stočeným oběžným kolem. Průtok je charakterizovaný jako objem kapaliny, který proteče čerpadlem za jednotku času. Vzorec pro průtok má tvar:

$$Q = c_{m2} \cdot S_2 \quad (3.13)$$

Z tohoto vztahu vyplývá, že závisí na meridiánové rychlosti c_{m2} a výstupní ploše běžného kola S_2 . Pro zjednodušení výpočtu jsme dále uvažovali, že u velikosti obsahu výstupní průtokové plochy OK zanedbáme plochu lopatek. [1, 2, 3]

To znamená, že vzorec obvodové výstupní plochy při plném průměru OK má tvar:

$$S_2 = 2 \cdot \pi \cdot r_2 \cdot b_2 \quad (3.14)$$

a obvodová výstupní plocha pro stočený průměr se rovná:

$$S_2' = 2 \cdot \pi \cdot r_2' \cdot b_2' \quad (3.15)$$

Odvození výstupní plochy průtokové plochy OK je tedy postavené na předpokladu, že jde o plochu opsanou lopatkou oběžného kola. [1, 2, 3]

Při odvození vzorce pro výpočet průtoku vycházíme ze vztahu (3.13) pro průtok plného průměru OK, a vztahu pro výpočet průtoku stočeného oběžného kola:

$$Q' = c_{m2}' \cdot S_2' \quad (3.16)$$

Vztahy (3.13) a (3.16) jsme dali do poměru a dostáváme:

$$\frac{Q}{Q'} = \frac{c_{m2}}{c_{m2}'} \cdot \frac{S_2}{S_2'} \quad (3.17)$$

Poměr meridiánových rychlostí upravíme za pomoci předpokladu rovnosti průtokových součinitelů (P4) a vztahu (3.12):

$$\frac{c_{m2}}{c_{m2}'} = \frac{u_2}{u_2'} = \frac{D_2 \cdot \pi \cdot n}{D_2' \cdot \pi \cdot n} = \frac{D_2}{D_2'} \quad (3.18)$$

Dále poměr výstupních ploch zapíšeme ve tvaru:

$$\frac{S_2}{S_2'} = \frac{D_2 \cdot b_2}{D_2' \cdot b_2'} \quad (3.19)$$

A po dosazení rovnic (3.18) a (3.19) do původního vztahu (3.17) jsme dostali vztah:

$$\frac{Q}{Q'} = \left(\frac{D_2}{D_2'} \right)^2 \cdot \frac{b_2}{b_2'} \quad (3.20)$$

Tento vztah jsme potřebovali upravit tak, aby byl poměr průtoků závislý jen na poměru průměrů oběžných kol. K této úpravě jsme využili předpoklad:

$$\frac{b_2'}{b_2} = \left(\frac{D_2'}{D_2} \right)^\psi \quad (3.21)$$

Následně jsme exponent ψ vyjádřili pomocí vztahu:

$$\psi = \frac{\ln \frac{b_2'}{b_2}}{\ln \frac{D_2'}{D_2}} \quad (3.22)$$

Z uvedeného vztahu vyplývá, že exponent ψ je závislý na stočeném průměru oběžného kola D_2' , který ovlivňuje velikost exponentu ψ , a tvaru meridiánu, který určuje v jakých intervalech se bude exponent ψ pohybovat. To znamená, že každé stočení na určitý průměr D_2' má svůj exponent ψ . [1, 2, 3]

Při dosazení rovnice (3.21) do vztahu (3.20) dostáváme konečný vzorec pro výpočet průtoku stočeného OK:

$$\frac{Q'}{Q} = \left(\frac{D_2'}{D_2} \right)^2 \cdot \left(\frac{D_2'}{D_2} \right)^\psi = \left(\frac{D_2'}{D_2} \right)^{2-\psi} \Rightarrow Q' = Q \cdot \left(\frac{D_2'}{D_2} \right)^{2-\psi} \quad (3.23)$$

3.5.1 Druhy měnicích se tvarů lopatky [3]

Průtok stočeného oběžného kola vypočítáme pomocí vztahu (3.23) napsaném ve všeobecném tvaru:

$$Q' = Q \cdot \left(\frac{D_2'}{D_2} \right)^q \quad (3.24)$$

Průtok stočeného OK tedy závisí na součinu průtoku nestočeného OK a poměru průměrů stočeného a nestočeného OK, a průtokovém exponentu q . Tento průtokový exponent se spočítá z rovnice $q = 2 - \psi$ (viz rovnice 3.23), kde hodnota ψ je závislá na měnicím se průměru D_2' a tvaru meridiánu (viz rovnice 3.22).

$$\psi = 0$$

Exponent ψ může nabývat hodnot:

$$\psi > 0$$

$$\psi < 0$$

Požadavky čerpadel, pro různorodé účely využití, si vyžadují různé typy tvarů lopatek oběžného kola. V následující části kapitoly budou popsány nejzákladnější tvary lopatek, kterými se zabýval autor v práci [3].

Rozdělení lopatek podle měnícího se tvaru krycí části disku oběžného kola [3]

Rozdělení lopatek podle tvaru změny krycího disku, který se:

- | | | | |
|--------------------|---|----------------------|---------------------------|
| a) nemění | → | jedná se o případ | $b_2' = b_2$ |
| b) mění lineárně | → | mohou nastat případy | $b_2' < b_2$ $b_2' > b_2$ |
| c) mění nelineárně | → | mohou nastat případy | $b_2' < b_2$ $b_2' > b_2$ |

V následující podkapitole bude ukázáno na příkladech několik teoretických případů, které budou znázorňovat jak tvar lopatky ovlivňuje exponent ψ a v konečném důsledku i hodnotu průtoku stočeného oběžného kola Q' .

Základní rozměry lopatky:

$$D_2 = 140 \text{ mm}$$

$$D_2 = 133 \text{ mm} \quad \rightarrow \quad \text{zmenšení průměru o 7,14\%}$$

$$\alpha = 15^\circ$$

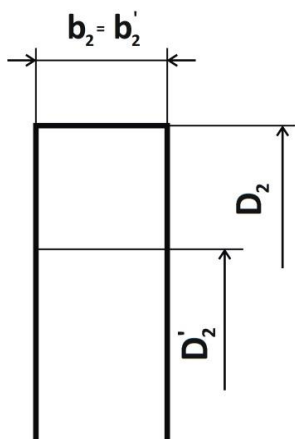
$$b_2 = 15 \text{ mm}$$

I. Meridián se nemění, $b_2' = b_2$

Tento tvar oběžného kola mají hlavně odstředivá čerpadla s nižšími specifickými otáčkami, které mají radiální oběžné kolo. Šířka lopatky má po délce konstantní hodnotu, tedy:

$$b_2 = \text{konst.}$$

$$b_2 = b_2'$$



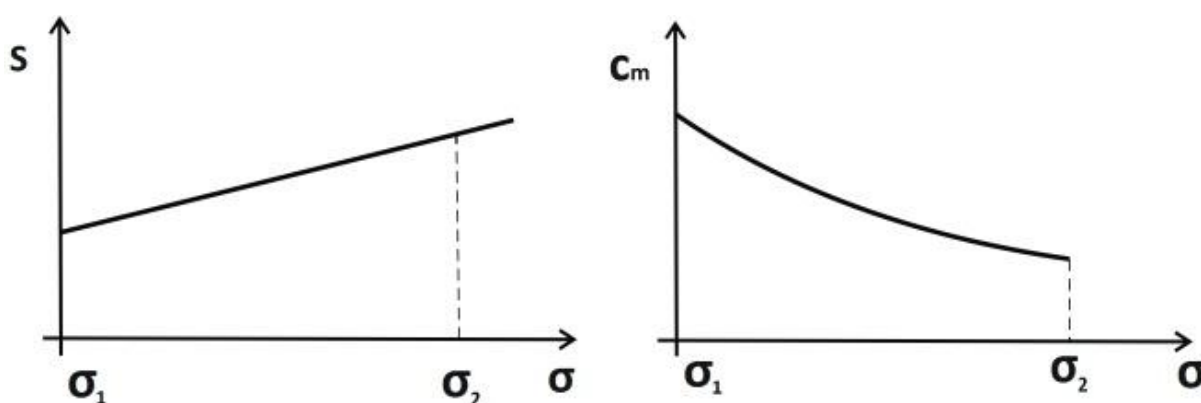
Obrázek 3-10: Lopatka s neměnicí se šířkou [3]

Při dosazení hodnot šířek lopatky do rovnice (3.22), zjistíme, že exponent $\psi = 0$. Poté průtok čerpadla při stočeném průměru lopatky vypočítáme pomocí vztahu (3.23):

$$Q' = Q \cdot \left(\frac{D_2'}{D_2} \right)^{2-\psi} = Q \cdot \left(\frac{130}{140} \right)^{2-0} = 0,86Q$$

Tento tvar vzorce je v praxi nepoužívanější a můžeme ho najít v několika studiích [12, 13, 15].

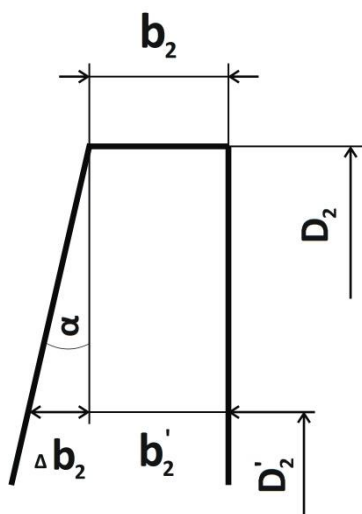
Na obrázku (Obrázek 3-11) jsou vyjádřeny závislosti změny výstupní průtokové plochy a meridiánové rychlosti na křivočaré souřadnici pro neměnnou šířku oběžného kola.



Obrázek 3-11: Závislosti pro neměnnou šířku oběžného kola [3]

II. Meridián se mění lineárně, $b_2' > b_2$

U tohoto tvaru lopatky oběžného kola se při zmenšení průměru kola zvětšuje šířka lopatky na krycí části disku. Meridiánová rychlost neklesá tak rychle jako v předcházejícím případě. Naopak výstupní průtoková plocha se zvětšuje rychleji, protože je závislá nejen na průměru, ale i na šířce.



Obrázek 3-12: Lineárně se rozšiřující šířka lopatky [3]

Pro určení průtoku stočeného oběžného kola, musíme nejdříve zjistit velikost měnící se šířky stočené lopatky b_2' . Pomocí obrázku (Obrázek 3-12) sestavíme rovnici pro výpočet nové šířky lopatky:

$$b_2' = b_2 + \Delta b_2 = b_2 + \frac{(D_2 - D_2') \cdot \tan \alpha}{2}$$

Tento vzorec dosadíme do rovnice pro výpočet exponentu ψ (3.22):

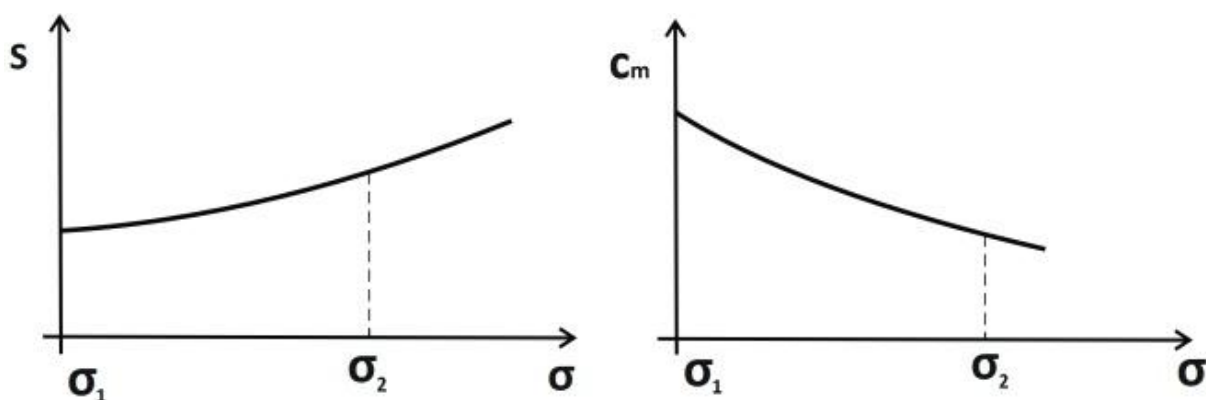
$$\psi = \frac{\ln \frac{b_2'}{b_2}}{\ln \frac{D_2'}{D_2}} = \frac{\ln \left[1 + \frac{(D_2 - D_2') \cdot \tan \alpha}{2 \cdot b_2} \right]}{\ln \frac{D_2'}{D_2}} = \frac{\ln \left[1 + \frac{(140 - 130) \cdot \tan 15}{2 \cdot b_2} \right]}{\ln \frac{140}{130}} = 1,15$$

Hodnotu exponentu ψ následně dosadíme do vztahu (3.23) a spočítáme průtok čerpadlem po stočení, jestliže se oběžné kolo lineárně rozšiřuje:

$$Q' = Q \cdot \left(\frac{D_2'}{D_2} \right)^{2-\psi} = Q \cdot \left(\frac{130}{140} \right)^{2-1,15} = 0,93Q$$

Výpočty naznačují, že se snižováním průměru oběžného kola se průtok čerpadla zmenšuje relativně pomalu. V případě, jak bychom požadovali větší změny v průtocích, je možné, že pro velký úbytek účinnosti čerpadla jich nebude možné dosáhnout.

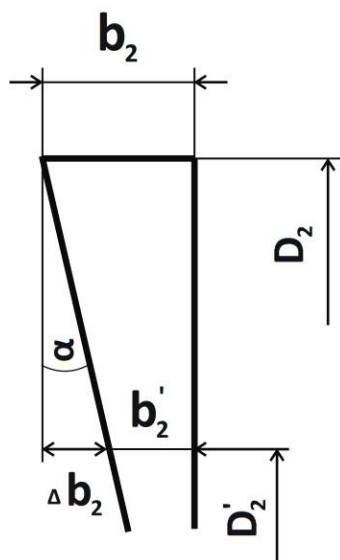
Obrázek (Obrázek 3-13) vyjadřuje závislost změny výstupní průtokové plochy a meridiánové rychlosti na křivočaré souřadnici při lineárně se zvětšující šířce oběžného kola.



Obrázek 3-13: Závislosti pro lineárně se rozšiřující šířku oběžného kola [3]

III. Meridián se mění lineárně, $b_2' < b_2$

Tento typ oběžného kola se používá u čerpadel, které pracují s abrazivními částicemi (zejména kalová čerpadla). Důvodem zmenšování šířky lopatky b_2 je meridiánová rychlost. Čím větší je meridiánová rychlost, tím rychleji se tělo čerpadla, při přečerpávání abrazivních částic, opotřebovává. Proto byl navrhnut tento typ lopatky, který má za úkol co nejvíce zmenšit meridiánovou rychlost. Při tomto typu lopatky, by se měl průtok zmenšovat nejrychleji.



Obrázek 3-14: Lineárně se zmenšující šířka lopatky [3]

Pro určení průtoku čerpadla se stočeným oběžným kolem, musíme nejdříve spočítat velikost měnící se šířky stočené lopatky b_2' . Pomocí obrázku (Obrázek 3-14) sestavíme rovnici pro výpočet nové šířky lopatky:

$$b_2' = b_2 - \Delta b_2 = b_2 - \frac{(D_2 - D_2') \cdot \tan \alpha}{2}$$

Tento vzorec dosadíme do rovnice pro výpočet exponentu ψ (3.22):

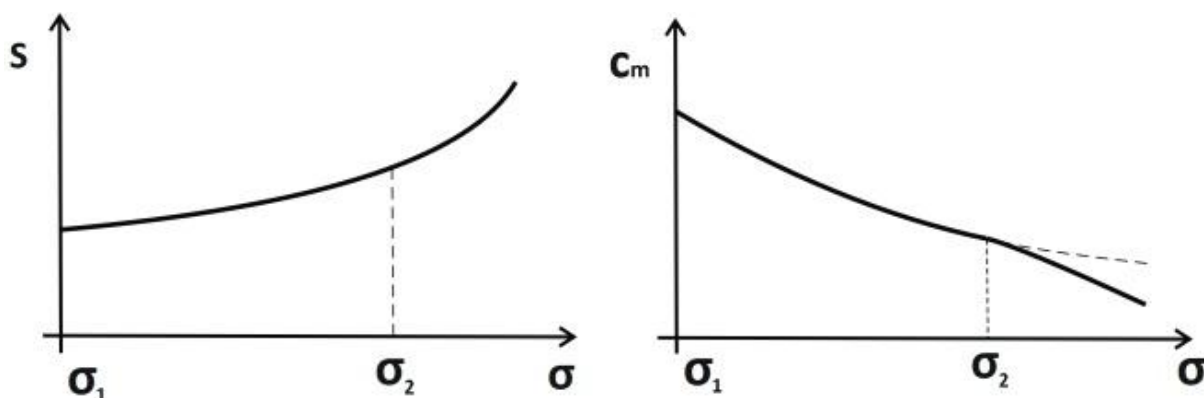
$$\psi = \frac{\ln \frac{b_2'}{b_2}}{\ln \frac{D_2'}{D_2}} = \frac{\ln \left[1 - \frac{(D_2 - D_2') \cdot \tan \alpha}{2 \cdot b_2} \right]}{\ln \frac{D_2'}{D_2}} = \frac{\ln \left[1 - \frac{(140 - 130) \cdot \tan 15}{2 \cdot b_2} \right]}{\ln \frac{140}{130}} = -1,26$$

Následně hodnotu exponentu ψ dosadíme do vztahu (3.23) a spočítáme průtok čerpadlem po stočení, jestliže se oběžné kolo lineárně zmenšuje:

$$Q' = Q \cdot \left(\frac{D_2'}{D_2} \right)^{2-\psi} = Q \cdot \left(\frac{130}{140} \right)^{2+1,26} = 0,78Q$$

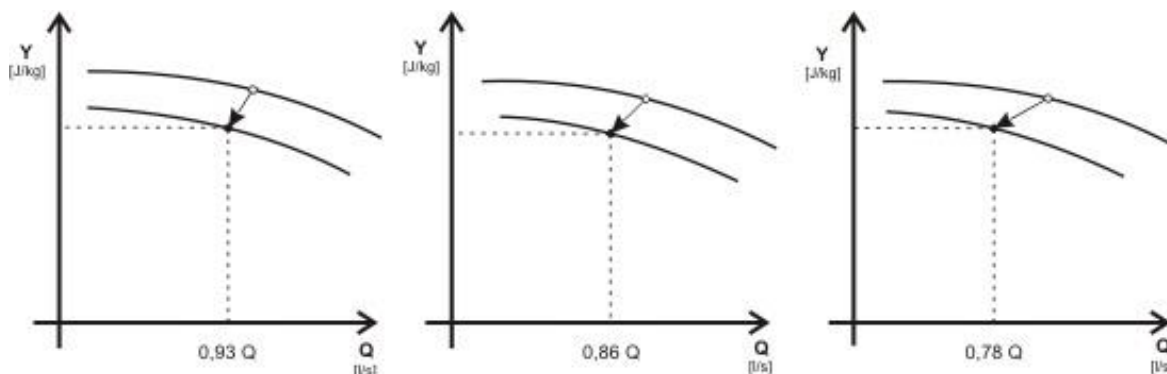
Z výsledku vidíme, že vypočítaný průtok se v porovnání s ostatními zmenšil nejvíce. To znamená, že už při malých stočeních oběžného kola můžeme dosáhnout velké změny v průtocích. Výhoda tohoto zjištění je v tom, že původní tvar čerpadla se tak naruší jen minimálně a zároveň můžeme očekávat menší úbytky v účinnostech a ztrátách.

Grafy na obrázku (Obrázek 3-15) znázorňují závislost změny výstupní průtokové plochy a meridiánové rychlosti na křivočaré souřadnici při lineárně se zmenšující šířce oběžného kola.



Obrázek 3-15: Závislosti pro lineárně se zmenšující šířku oběžného kola [3]

Na obrázku (Obrázek 3-16) jsou zobrazeny hodnoty výpočtu průtoku čerpadlem po stočení oběžného kola o 7,14%. Graf vlevo odpovídá lineárně se zvětšující šířce oběžného kola. Prostřední graf udává hodnotu průtoku při neměnnosti šířky oběžného kola a graf umístěný vpravo patří průtoku při lineárně se zmenšující šířce oběžného kola.



Obrázek 3-16: Vypočítané poklesy průtoku při stáčení oběžných kol [3]

3.6 Měrná energie čerpadla se stočeným oběžným kolem [1, 3]

Měrná energie spolu s průtokem jsou nejdůležitějšími parametry pro popis čerpadla. V praktickém použití nás však daleko více zajímá hodnota dopravní výšky, pomocí které je měrná energie charakterizovaná. Měrná energie je tedy definovaná jako energie dodaná jednomu kilogramu čerpané kapaliny. [1, 2, 3]

$$Y = H \cdot g \quad (3.25)$$

Z tohoto vztahu vyplývá, že měrná energie Y je závislá na pracovní výšce čerpadla H . Proto si nejdříve odvodíme vztah pro dopravní (dynamickou) výšku, která oproti geodetické (statické) výšce zahrnuje kromě rozdílu hladin i odpory potrubí. [1, 2, 3]

Pro výpočet dopravní výšky stočeného průměru oběžného kola čerpadla využijeme Eulerovu čerpadlovou rovnici pro nestočený průměr OK:

$$\frac{g \cdot H}{\eta_h} = u_2' \cdot c_{u2}' = u_2'^2 \cdot \left(\kappa - \frac{\phi}{\tan \beta_2} \right) \quad (3.26)$$

a Eulerovu čerpadlovou rovnici pro stočený průměr OK:

$$\frac{g \cdot H'}{\eta_h'} = u_2' \cdot c_{u2}' = u_2'^2 \cdot \left(\kappa' - \frac{\phi'}{\tan \beta_2'} \right) \quad (3.27)$$

Kde κ je koeficient korekce spočítaný dle vztahu:

$$\kappa = 1,01 - \frac{0,395 + 0,457 \cdot \sin \beta_2}{\sqrt{z}} \quad (3.28)$$

Vztahy (3.26) a (3.27) dáme do poměru a za použití předpokladů (P1), (P4) a rovnosti korekčních součinitelů dostaneme:

$$\frac{H}{H'} = \left(\frac{u_2}{u_2'} \right)^2 \cdot \frac{\eta_h}{\eta_h'} = \left(\frac{D_2 \cdot \pi \cdot n}{D_2' \cdot \pi \cdot n} \right)^2 \cdot \frac{\eta_h}{\eta_h'} \quad (3.29)$$

Po úpravě tohoto vztahu dostaneme vzorec pro poměr dopravních výšek stočeného a nestočeného OK:

$$\frac{H}{H'} = \left(\frac{D_2}{D_2'} \right)^2 \cdot \frac{\eta_h}{\eta_h'} \quad (3.30)$$

Pokud budeme uvažovat, že hydraulické účinnosti stočeného η'_h a nestočeného η_h oběžného kola se rovnají ($\eta_h = \eta'_h$), tedy při stáčení v čerpadle nedochází k hydraulickým ztrátám, vzorec pro výpočet dopravní výšky stočeného OK má tvar:

$$H' = H \cdot \left(\frac{D_2}{D'_2} \right)^2 \quad (3.31)$$

V reálné praxi je však rovnost hydraulických účinností stočeného a nestočeného OK nedosažitelná, protože dochází ke změně vzdálenosti konce oběžného kola od nosu spirály. Optimální vzdálenost byla zjištěna experimentálně na 3,5% poloměru oběžného kola (Obrázek 3-6). Zvětšení nebo zmenšení této vzdálenosti má za následek zmenšování hydraulické účinnosti čerpadla a tedy zvětšení ztrát. Proto při stočení dochází k úbytkům hydraulické účinnosti η'_h a její hodnota je menší než hydraulická účinnost nestočeného oběžného kola η_h ($\eta_h > \eta'_h$). Vzorec pro výpočet dopravní výšky při změně hydraulické účinnosti má potom tvar:

$$H' = H \cdot \left(\frac{D_2}{D'_2} \right)^2 \cdot \frac{\eta_h}{\eta'_h} \quad (3.32)$$

Poměr hydraulických účinností představuje ztráty čerpadla, které se prohlubují se zvětšující se velikostí stočení. [1, 2, 3]

3.7 Výkon čerpadla se stočeným oběžným kolem

Při stáčení oběžného kola dochází ke snižování průtoku a měrné energie čerpadla. Z tohoto důvodu můžeme usoudit, že dochází i ke snižování výkonu čerpadla. Jelikož se v současné době kladou nemalé požadavky na úsporu energie, může mít snížení výkonu čerpadla velký vliv na snížení provozních nákladů, zejména pak u zařízení, které mají nepřetržitý provoz. [1, 2, 3]

Výkon je veličina popisující energii kapaliny protékající čerpadlem za jednotku času. Vztah pro výpočet výkonu čerpadla, který je podělen celkovou účinností, má tvar:

$$P = \frac{Q \cdot H \cdot \rho \cdot g}{\eta} = \frac{Q \cdot Y \cdot \rho}{\eta} \quad (3.33)$$

Pokud výkon čerpadla s nestočeným a stočeným oběžným kolem dáme do poměru, dostaneme vztah:

$$\frac{P}{P'} = \frac{Q \cdot H}{Q' \cdot H'} \cdot \frac{\eta'}{\eta} \quad (3.34)$$

Z uvedeného vztahu je patrné, že výkon čerpadla se stočeným OK se zmenšuje se zvyšujícím se rozdílem mezi průtoky a dopravními výškami stočeného a nestočeného oběžného kola. [1, 2, 3]

4 VLASTNÍ ZPŮSOB VÝPOČTU PARAMETRŮ STOČENÉHO OBĚŽNÉHO KOLA

Jak už bylo popsáno v předešlých kapitolách, stočením oběžného kola radiálních odstředivých čerpadel je možné měnit parametry čerpadla. Současné vztahy pro výpočet této změny charakteristiky po stočení oběžného kola jsou nepřesné. V této kapitole bude, na základě dostupných charakteristik čerpadel, popsán možný způsob stanovení přesnějších přepočtených vztahů charakteristiky čerpadla po stočení oběžného kola.

4.1 Návrh vlastního výpočtu

Součástí katalogu čerpadla každého výrobce je základní charakteristika, která udává hodnoty dopravní výšky H a průtoku Q pro jmenovitý průměr OK D . Pokud však potřebujeme daný průměr OK upravit (stočit) a charakteristiky pro stočení oběžného kola nejsou k dispozici, mohli bychom k odhadu parametrů použít vztahy (3.23) a (3.31). Výpočty na základě těchto vztahů jsou však nepřesné a naším úkolem tedy bude stanovit přesnější přepočtené vztahy charakteristiky čerpadla po stočení oběžného kola.

Pro výpočet průtoku po stočení oběžného kola se budeme snažit najít takovou funkci, kde by poměr průtoků stočeného a nestočeného OK byl závislý na poměru jejich průměrů:

$$\frac{Q'}{Q} = f \left(\frac{D'}{D} \right) \quad (4.1)$$

Obdobně se budeme snažit najít funkci, kde by poměr měrných energií stočeného a nestočeného OK byl závislý na poměru jejich průměrů:

$$\frac{Y'}{Y} = f \left(\frac{D'}{D} \right) \quad (4.2)$$

U výpočtu průtoku budeme vycházet ze vztah (3.23) napsaném ve všeobecném tvaru (3.24):

$$\frac{Q'}{Q} = \left(\frac{D'}{D} \right)^q$$

Pro výpočet měrné energie použijeme vztahy (3.25) a (3.31). Po jejich úpravě dostáváme vztah pro výpočet měrné energie napsaný ve všeobecném tvaru:

$$\frac{Y'}{Y} = \left(\frac{D'}{D} \right)^y \quad (4.3)$$

Naším cílem tedy bude stanovit hodnotu exponentu pro výpočet průtoku q a hodnotu exponentu pro výpočet měrné energie y .

4.2 Výběr čerpadel

Pro výpočet jsme použili charakteristiky čerpadel uvedené v katalogích firem KSB, Calpeda a Lowara. Tyto charakteristiky čerpadel byly získány experimentálně pomocí reálných stáčení nebo byly vygenerovány za pomoci výpočtů.

Nejdříve jsme si od uvedených výrobců vybrali vhodné typy čerpadel, u nichž jsme pomocí katalogů odečetli hodnoty průtoku Q a dopravní výšky H v optimálním bodě. Jako parametr popisující tyto typy čerpadel jsme použili měrné specifické otáčky n_s .

Měrné specifické otáčky čerpadla n_s jsou měřítkem rychloběžnosti, které slouží k porovnání čerpadel na základě hydrodynamické podobnosti. Vyjadřují počet otáček, které by geometricky podobné čerpadlo mělo při dopravní výšce $H = 1\text{ m}$ a jednotkovém výkonu $P = 1\text{ kW}$. Vztah pro výpočet měrných specifických otáček má tvar [1, 2]:

$$n_s = 3,65 \cdot \frac{n}{\sqrt{H}} \cdot \sqrt{\frac{Q}{\sqrt{H}}} \quad (4.4)$$

kde n_s [1/min] jsou měrné specifické otáčky; n [1/min] otáčky čerpadla; Q [m³/s] průtok čerpadlem a H [m] dopravní výška.

Následně jsme na základě velikosti specifických otáček u každého výrobce zúžili výběr čerpadel, tak abychom pokryli co největší rozsah specifických otáček od 30 až do 200 ot/min, odpovídající radiálním odstředivým čerpadlům. Vybrané typy čerpadel od firem KSB (Tabulka 1), Calpeda (Tabulka 2) a Lowara (Tabulka 3) jsou uvedeny v následujících tabulkách a pro přehlednost seřazeny podle velikosti n_s .

KSB		otáčky	účinnost	průměr oběžného kola	dopravní výška	průtok	specifické otáčky
čerpadlo		n	η	D	H	Q	n_s
typ	název	[1/min]	[%]	[mm]	[m]	[l/s]	[1/min]
Etanorm 50 Hz	065 - 040 - 315	2900	47,1	326	134	12,8	30,41
	050 - 032 - 250	2900	53,1	261	87	8,6	34,46
	065 - 050 - 315	2900	68,4	323	129	30	47,90
	050 - 032 - 160.1	2900	47,3	170	32,5	4,55	52,45
	065 - 040 - 200	2900	68,8	209	56	12	56,64
	080 - 065 - 315	2900	73,2	320	130	46,5	59,29
	100 - 080 - 315	2900	80	334	142	74	70,00
	050 - 032 - 160	2900	66,5	174	32,9	8,75	72,08
	050 - 032 - 125.1	2900	65,6	139	21,45	5	75,09
	125 - 100 - 315	2900	83,3	332	132	108	89,32
	080 - 065 - 200	2900	81	219	59	33,7	91,28
	125 - 100 - 250	2900	86,3	269	87	86,5	109,28
	065 - 050 - 160	2900	81,3	174	36	24,6	112,96
	100 - 080 - 200	2900	85,2	219	57,75	55	118,50
	080 - 065 - 160	2900	83,4	174	34	32	134,48
	125 - 100 - 200	2900	88,8	219	54,5	88	156,54
	065 - 050 - 125	2900	82	142	19,5	24	176,71

Tabulka 1: Čerpadla od firmy KSB [24]

CALPEDA		otáčky	účinnost	průměr oběžného kola	dopravní výška	průtok	specifické otáčky
čerpadlo		n	η	D	H	Q	n_s
typ	název	[1/min]	[%]	[mm]	[m]	[l/s]	[1/min]
NM4	80/400	1450	60	413	55	22,78	39,55
NM4	65/31	1450	69	321,5	31,75	17,64	52,55
NM4	80/315	1450	73	330	39,95	25,28	52,95
NM4	100/400	1450	67	405	53,6	39,31	52,97
NM	50M	2900	62	218	62	15,97	60,55
NM	65/250	2900	68	252	81,5	28,19	65,52
NM4	100/315	1450	75	328	34,8	32,78	66,88
NM4	125/400	1450	76	405	52,5	70,00	71,79
NM	80/250	2900	77	264	82,5	47,78	84,52
NM4	150/400	1450	81	415	52,2	98,06	85,34
NM4	125/315	1450	78	330	34	54,17	87,48
NM	65/16	2900	73	174,5	34,6	24,03	115,01
NM4	150/315	1450	80	330	31,2	91,11	121,01
NM4	125/250	1450	80	271	20,4	52,22	126,00
NM	100/200	2900	79	219	54,8	62,78	131,68
NM	80/16	2900	76	181	35	37,78	142,97
NM	65/12	2900	73	146,5	22,5	20,28	145,90

Tabulka 2: Čerpadla od firmy Calpeda [25]

LOWARA		otáčky	účinnost	průměr oběžného kola	dopravní výška	průtok	specifické otáčky
čerpadlo		n	η	D	H	Q	n_s
typ	název	[1/min]	[%]	[mm]	[m]	[l/s]	[1/min]
FH	FHE - FHS - FHF 40-250	2900	54	251	62,5	12,50	53,24
	FHS4 - FHF4 65-315	1450	68,5	312	30	20,42	58,99
	FHE - FHS - FHF 50-250	2900	67	250	67,8	20,83	64,66
	FHS4 - FHF4 80-315	1450	76,5	316	31	29,86	69,61
	FHF4 125-400	1450	78,5	389	50,3	69,44	73,84
	FHE -FHS - FHF 65-250	2900	71	258	74,5	33,33	76,21
	FHS - FHF 80-250	2900	76,5	256	81,5	45,56	83,29
	FHF4 150-400	1450	84	406	49,4	122,78	99,52
	FHF 100-250	2950	82	267	86,5	74,44	103,58
	FHE - FHS - FHF 40-125	2900	74	143	17,8	10,06	122,48
	FHS4 - FHF4 125-250	1450	82	268	21,5	63,61	133,69
	FHS4 - FHF4 150-315	1450	86	336	31,8	125,56	140,04
	FHE - FHS - FHF 50-125	2900	79	139	18,9	16,94	152,01
	FHF 125-270	2950	84,5	266	75	137,50	156,66
	FHE - FHS - FHF 80-160	2900	81	173	31,6	43,89	166,38
	FHS4 - FHF4 150-250	1450	86	276	18,7	111,67	196,67

Tabulka 3: Čerpadla od firmy Lowara [26]

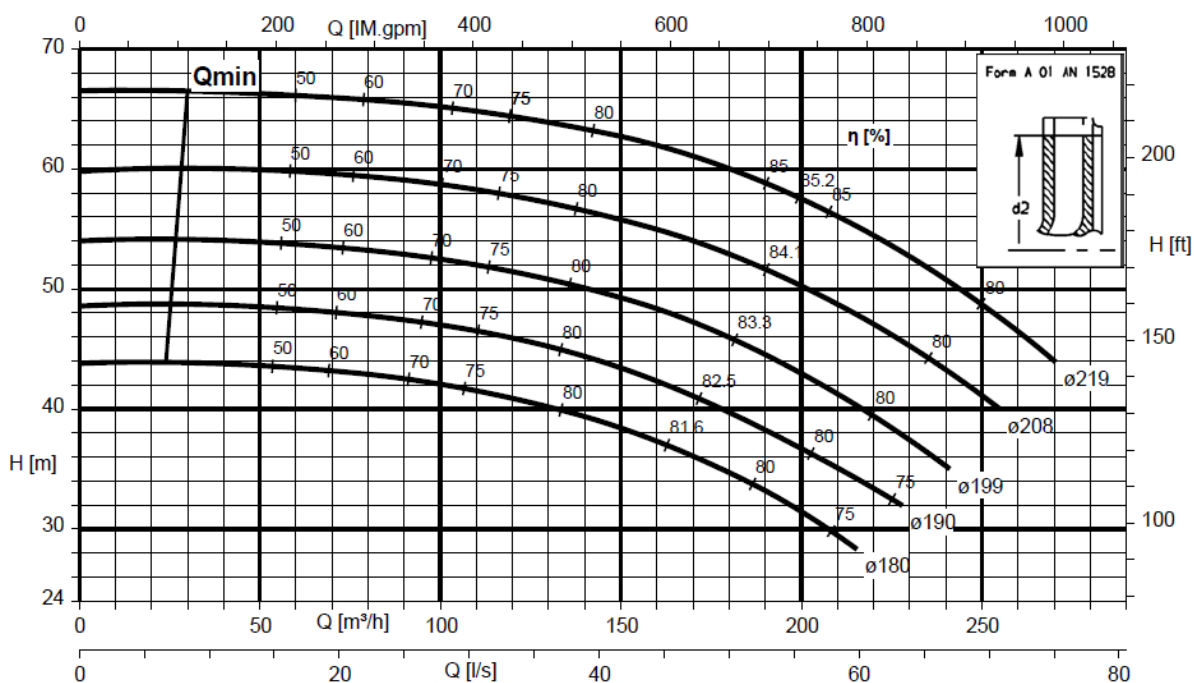
4.3 Postup výpočtu

K výpočtu byl použit tabulkový procesor Microsoft Excel, který je součástí kancelářských aplikací Microsoft Office od firmy Microsoft.

4.3.1 Vypsání hodnot z charakteristik

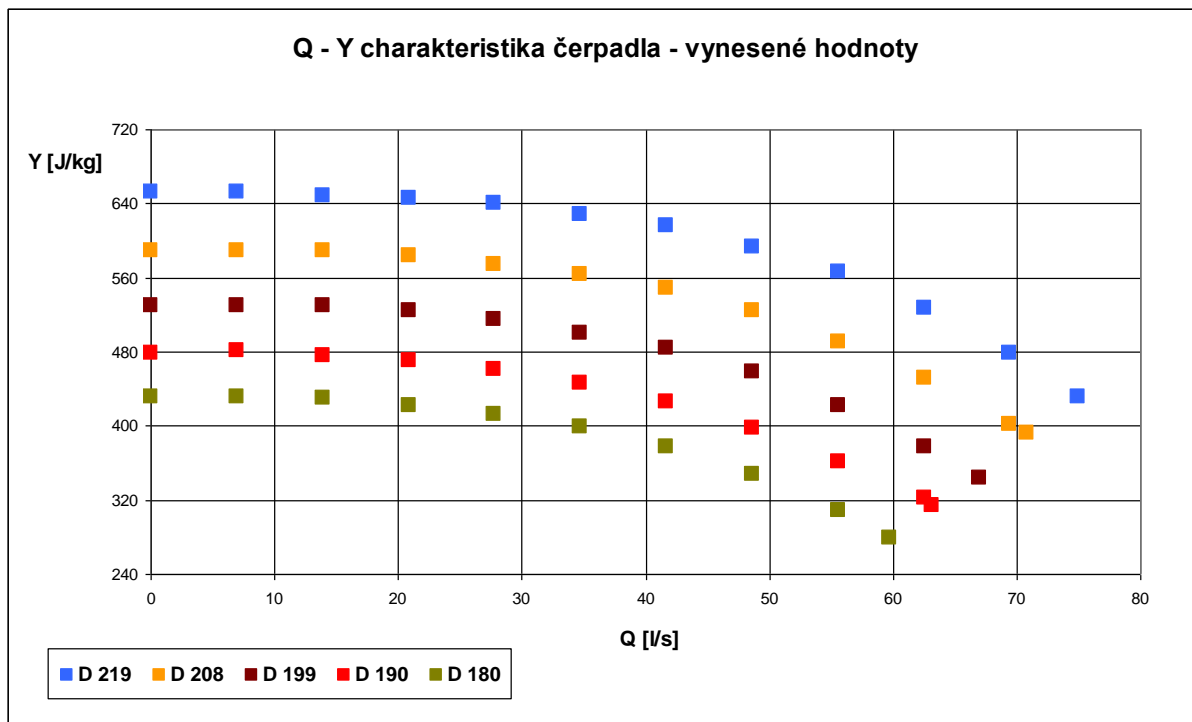
Prvním krokem výpočtu bylo k vybraným typům čerpadel vypsát z charakteristik, uvedených v katalogích [24, 25, 26], potřebné hodnoty průtoku a dopravní výšky pro jmenovitý i stočené průměry oběžného kola (Obrázek 4-1).

Jelikož byl základní postup výpočtu totožný u všech čerpadel, bude pro zjednodušení popsán na čerpadle Etanorm 100-080-200 od firmy KSB pro $n_s = 118,50$ ot/min.



Obrázek 4-1: Q-H charakteristika čerpadla Etanorm 100-080-200 od firmy KSB [24]

Následně jsme pomocí rovnice (3.25) vypočítali hodnoty měrné energie v daných průtocích a tyto body vynesli do grafu Q-Y (Obrázek 4-2).



Obrázek 4-2: Q-Y charakteristika čerpadla – vynesené hodnoty

4.3.2 Aproximace vynesených bodů pomocí polynomické regrese

Nyní jsme potřebovali zjistit rovnice křivek pro všechny velikosti průměrů oběžných kol. Vykreslené hodnoty jsme tedy pomocí polynomické regrese proložili polynomem.

Polynomická regrese [28] je matematická metoda, pomocí níž odhadujeme hodnotu jisté náhodné veličiny y_i (tzv. závislá proměnná) na základě znalosti jiné veličiny x_i (tzv. nezávislá proměnná). Představuje tedy proložení (aproximaci) souboru bodů $[x_i, y_i]$, $i = 1, \dots, n$ v grafu polynomem k -tého stupně $P_k(x)$:

$$P_k(x) = a_k \cdot x^k + a_{k-1} \cdot x^{k-1} + \dots + a_1 \cdot x + a_0 \quad (4.5)$$

Pokud naměřené body x_i, y_i proložíme polynomem $y = P_k(x)$ a za předpokladu, že souřadnice x_i jsou přesné, tak rozdíly hodnot y_i mezi měřením a modelem se nazývají rezidua:

$$r_i = y_i - P_k(x_i) \quad (4.6)$$

Podstatou polynomicke regrese je nalezení koeficientů a_0, \dots, a_k , tak aby součet druhých mocnin reziduí F byl co nejmenší:

$$F = \sum_{i=1}^n r_i^2 \rightarrow \min \quad (4.7)$$

Hledání koeficientů polynomu, tak aby hodnota funkcionálu F byla minimální (4.7), se řeší pomocí metody nejmenších čtverců.

Metoda nejmenších čtverců [27] je matematicko-statistická metoda označující postup pro přibližné řešení přeuročených nebo nepřesně zadaných soustav rovnic, založená na minimalizaci kvadrátů jejich funkcí.

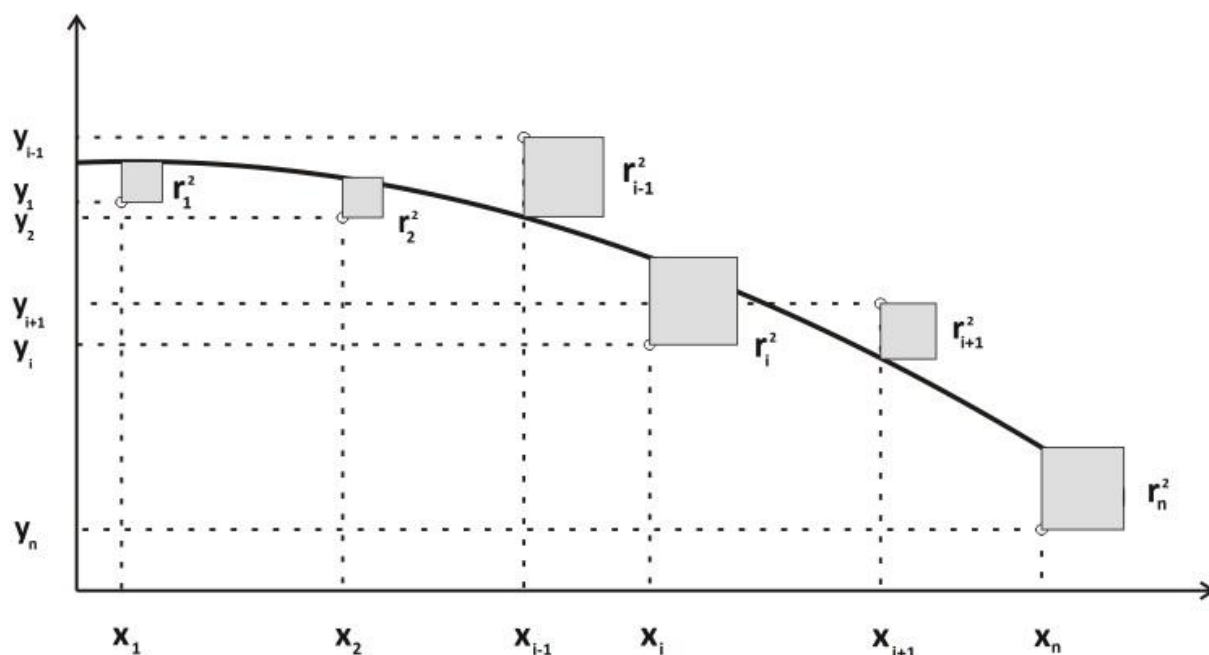
Pokud dosadíme hodnoty x_i, y_i do polynomu $y = P_k(x)$ tak z definice pro rezidua r_i (4.6) získáme soustavu lineárních rovnic zapsanou v maticovém zápisu:

$$\mathbf{r} = \mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x} \quad (4.8)$$

kde

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ \vdots \\ r_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} x_1^k & \cdots & x_1 & 1 \\ x_2^k & \cdots & x_2 & 1 \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ x_n^k & \cdots & x_n & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} a_k \\ \vdots \\ a_1 \\ a_0 \end{bmatrix},$$

a a_0, \dots, a_k jsou neznámé koeficienty hledaného polynomu, které určíme tak, aby rezidua byla co nejmenší.



Obrázek 4-3: Princip metody nejmenších čtverců

Jelikož rezidua r_i jsou funkcí koeficientů polynomu P_k :

$$r_i = r_i(a_0, \dots, a_k) \quad ,$$

tak metodu nejmenších čtverců dostaneme, když součet čtverců reziduí F minimalizujeme:

$$F(a_0, \dots, a_k) = \sum_{i=1}^n r_i^2(a_0, \dots, a_k) = \sum_{i=1}^n \left(y_i - \sum_{j=0}^k a_j x_i^j \right)^2 \quad \rightarrow \quad \min$$

Minimum funkcionálu hledáme pomocí parciálních derivací podle každé proměnné. Hodnota F splňující následující podmínku:

$$\frac{\partial F}{\partial a_j} = 0 \quad , \quad j = 0, \dots, k$$

je vždy lokálním minimem a zároveň minimem globálním. Vyjádříme-li jednotlivé parciální derivace, dostáváme normální soustavu lineárních rovnic, kterou můžeme maticově zapsat ve tvaru:

$$\mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \sum x_i^{2k} & \cdots & \sum x_i^{k+1} & \sum x_i^k \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \sum x_i^{k+1} & \cdots & \sum x_i^2 & \sum x_i \\ \sum x_i^k & \cdots & \sum x_i & n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_k \\ \vdots \\ a_1 \\ a_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum y_i x_i^k \\ \vdots \\ \sum y_i x_i \\ \sum y_i \end{bmatrix} = \mathbf{A}^T \mathbf{b}$$

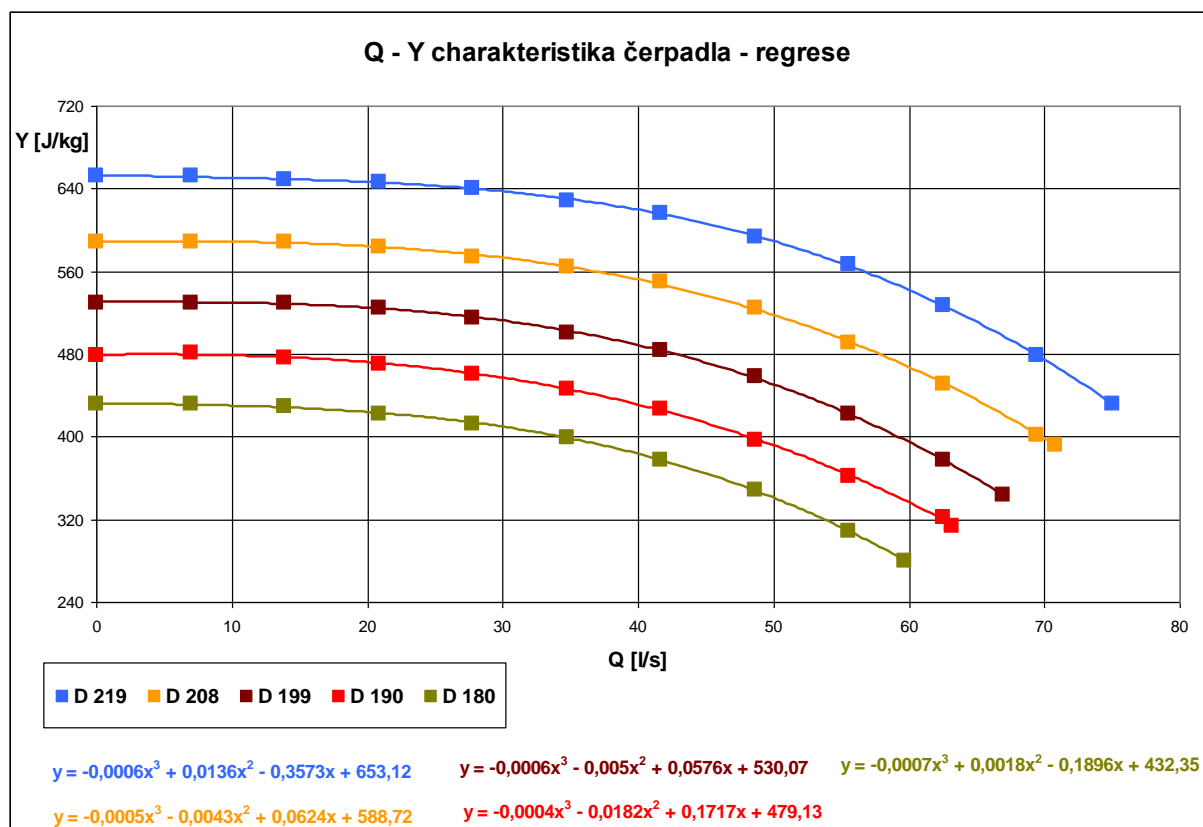
Řešením této soustavy jsou hledané koeficienty a_j . Pokud má matice \mathbf{A} lineárně nezávislé sloupce, úloha má konečný počet řešení a koeficienty polynomu lze vypočítat ze soustavy normálních rovnic:

$$\mathbf{x} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{b} \quad (4.9)$$

která je jednoznačným řešením původního problému nejmenších čtverců.

Proložení bodů obecným polynomem libovolného ale předem daného stupně k je zvláštní případ lineární regrese, protože úloha vede vždy na lineární aproximační model tedy soustavu lineárních rovnic.

Námi vykreslené hodnoty jsme proložili polynomem 3. stupně a jeho neznámé koeficienty a_0, \dots, a_k jsme v Excelu našli dvěma způsoby. První způsob spočívá v tom, že jsme danými vykreslenými body proložili spojnice trendu a zobrazili jejich rovnice (Obrázek 4-4).



Obrázek 4-4: Q-Y charakteristika čerpadla – regrese

Další možností je použití maticové funkce $\{\text{LINREGRESE}(\text{pole_y}; \text{pole_x}^{\{1;2;3\}})\}$, kde první parametr pole_y je svislá oblast buněk obsahující složky vektoru \mathbf{b} , druhý parametr pole_x je oblast obsahující prvky matice \mathbf{A} a výraz $\{1;2;3\}$ udává velikost stupně k daného polynomu. Výsledný vektor \mathbf{x} se nachází ve vodorovné oblasti, přičemž jeho složky jsou umístěny v buňkách v pořadí a_k až a_0 . Na obrázku (Obrázek 4-5) je uveden příklad zápisu funkce LINREGRESE v Excelu pro určitý průměr oběžného kola.

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data and formula:

Formula bar: `=LINREGRESE(F6:F17;E6:E17^{1;2;3})`

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1												
2		D	219									
3												
4		Q	H		Q	Y						
5		m ³ /h	m		l/s	J/kg		a3	a2	a1	a0	
6		0	66,5		0	652,365		-0,0006	0,01355	-0,3573	653,123	
7		25	66,5		6,94444	652,365						
8		50	66,1		13,8889	648,441						
9		75	65,9		20,8333	646,479						
10		100	65,3		27,7778	640,593						
11		125	64		34,7222	627,84						
12		150	62,8		41,6667	616,068						
13		175	60,5		48,6111	593,505						
14		200	57,75		55,5556	566,528						
15		225	53,7		62,5	526,797						
16		250	48,85		69,4444	479,219						
17		270	44		75	431,64						
18												
19												

Obrázek 4-5: Zápis funkce LINREGRESE v Excelu

Pro přehlednost jsme pak spočítané koeficienty polynomů příslušný průměrů oběžných kol uvedly v následující tabulce.

D	a3	a2	a1	a0
219	-0,000641277	0,013551	-0,3573	653,1229
208	-0,000507089	-0,00428	0,06243	588,7188
199	-0,000560002	-0,00496	0,057642	530,0734
190	-0,000404619	-0,01822	0,171723	479,1295
180	-0,000691599	0,001779	-0,18958	432,3471

Tabulka 4: Hledané koeficienty polynomů

4.3.3 Numerický model pro výpočet exponentů

Sestavili jsme numerický model na jehož základě jsme se snažili stanovit hodnotu exponentu pro výpočet průtoku q a hodnotu exponentu pro výpočet měrné energie y za předpokladu, že známe hodnoty průtoků a měrných energií plného oběžného kola.

Nejdříve jsme zvolili vhodný počet průtoků n , které dostatečně pokryly průtokovou charakteristiku čerpadla.

Na základě zvolených hodnot průtoků pro plný průměr OK z Q-Y charakteristiky, jsme vypočítaly hodnoty průtoků pro m průměrů stočeného oběžného kola:

$$Q_{ij} = Q_{i; j_{MAX}} \cdot \left(\frac{D_j}{D_{j_{MAX}}} \right)^q \quad (4.10)$$

kde i je index zvolených průtoků, které dostatečně pokrývají průtokovou charakteristiku čerpadla; j je index průměru stočeného oběžného kola; j_{MAX} je index plného průměru oběžného kola; $Q_{i; j_{MAX}}$ je hodnota i -tého průtoku plného průměru oběžného kola; D_j je průměr stočeného oběžného kola; $D_{j_{MAX}}$ je průměr plného oběžného kola.

Poté jsme vypočítaly hodnoty měrných energií Y_{ij} pomocí polynomů P_y , které odpovídají skutečným křivkám všech průměrů v Q-Y charakteristice:

- a) Vztah pro výpočet měrné energie jednoho průměru oběžného kola má tvar:

$$Y = P_y(Q)$$

- b) Pro výpočet měrné energie j -tého průměru oběžného kola platí vztah:

$$Y_j = P_{y_j}(Q)$$

- c) Předchozí vztah platí pro všechny průtoky, takže pro výpočet měrné energie i -tého průtoku platí:

$$Y_{ij} = P_{y_j}(Q_i)$$

Pokud vztah dále rozepíšeme, dostaneme:

$$Y_{ij} = P_{y_j} \left(Q_i \cdot \left(\frac{D_j}{D_{j_{MAX}}} \right)^q \right) \quad (4.11)$$

Ze známých hodnot měrných energií pro i -tý průtok plného průměru oběžné kola:

$$Y_{i; j_{MAX}} = P_{y_{j_{MAX}}}(Q_i)$$

jsme v dalším kroku vypočítali přibližné hodnoty měrné energie Y_{ij} pro průměry stočeného OK pomocí vztahu:

$$Y_{ij} = P_{y_{jMAX}}(Q_i) \cdot \left(\frac{D_j}{D_{jMAX}} \right)^y \quad (4.12)$$

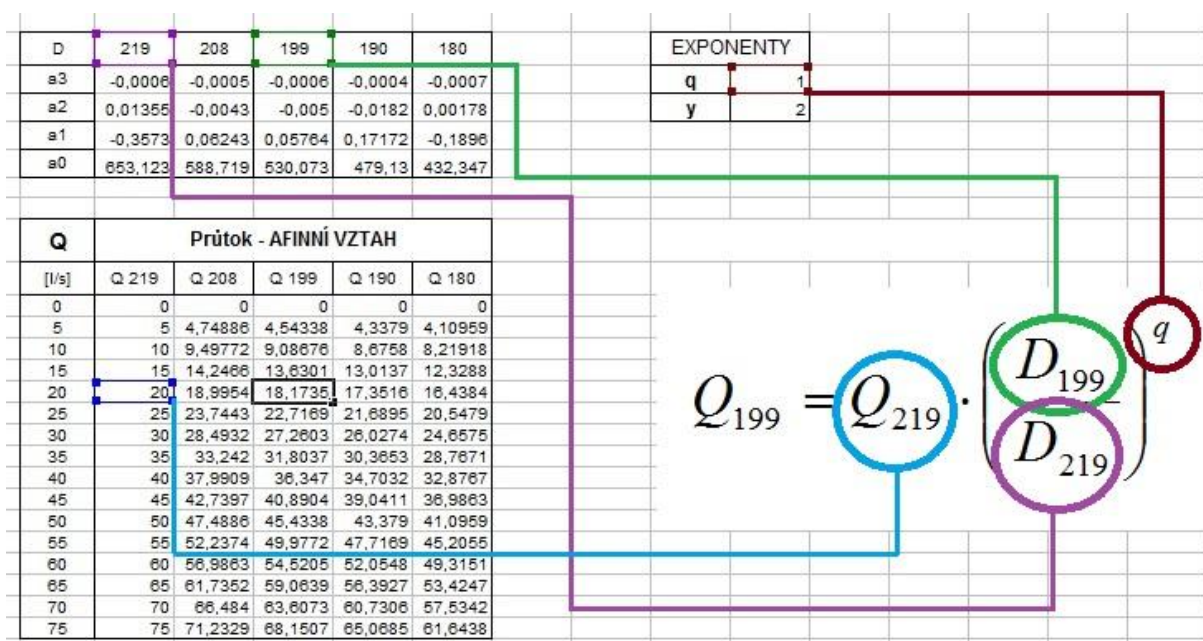
Dále jsme vypočítali rezidua pro všechny hodnoty měrných energií Y_{ij} , která byla spočítána dle vzorců (4.11) a (4.12).

V posledním kroku jsme zavedli funkci F , která udává součet druhých mocnin všech hodnot reziduí měrných energií Y_{ij} a ve smyslu hledání minima této funkce, jsme numericky stanovili hodnoty exponentů q a y pro jednotlivá čerpadla s danými specifickými otáčkami n_s .

$$F = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \left(P_{y_j} \left(Q_i \cdot \left(\frac{D_j}{D_{jMAX}} \right)^q \right) - P_{y_{jMAX}}(Q_i) \cdot \left(\frac{D_j}{D_{jMAX}} \right)^y \right)^2 \rightarrow \min \quad (4.13)$$

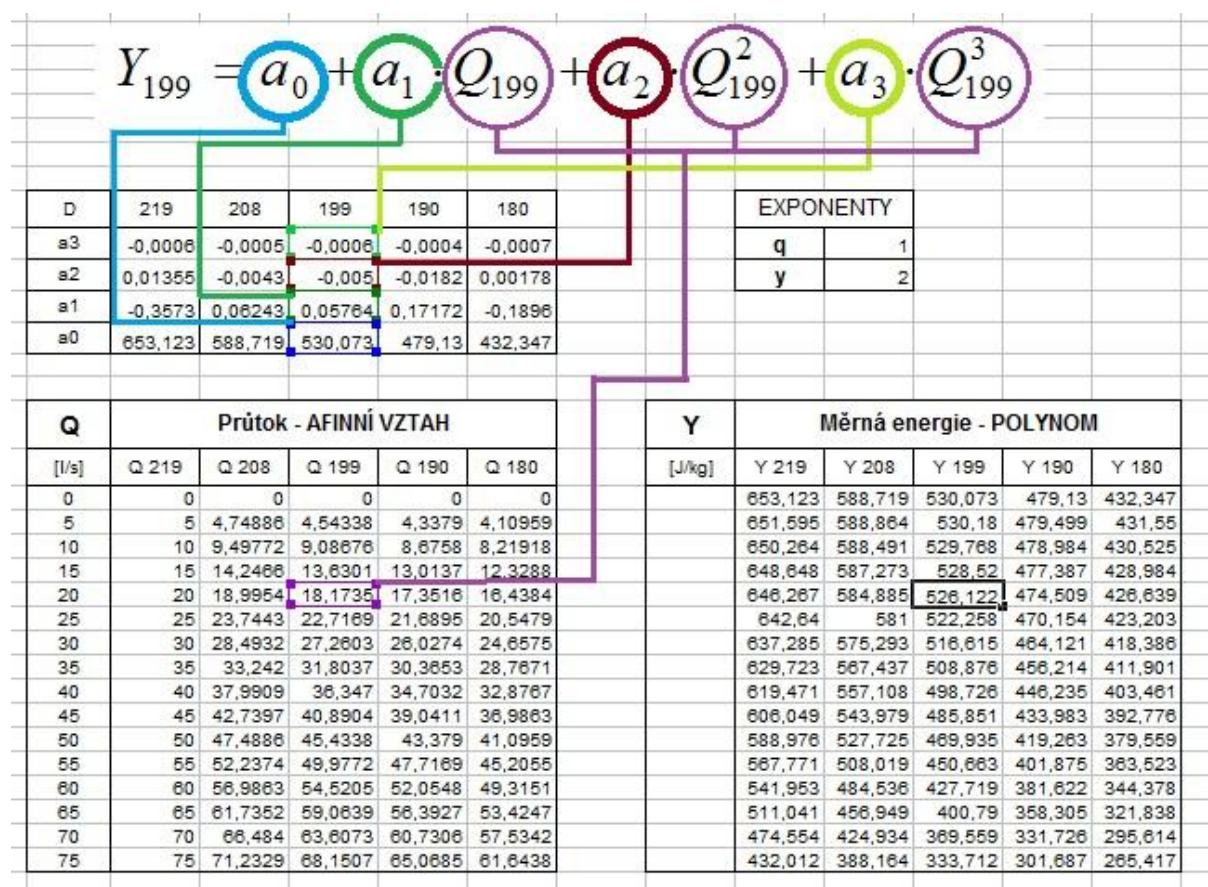
Numerický model sestavený v aplikaci Microsoft Excel

V prvním kroku jsme vypočítali hodnoty průtoků pro m průměrů stočeného oběžného kola pomocí vztahu (4.10), kde jsme přednastavili hodnotu koeficientu q na hodnotu 1 (Obrázek 4-6).



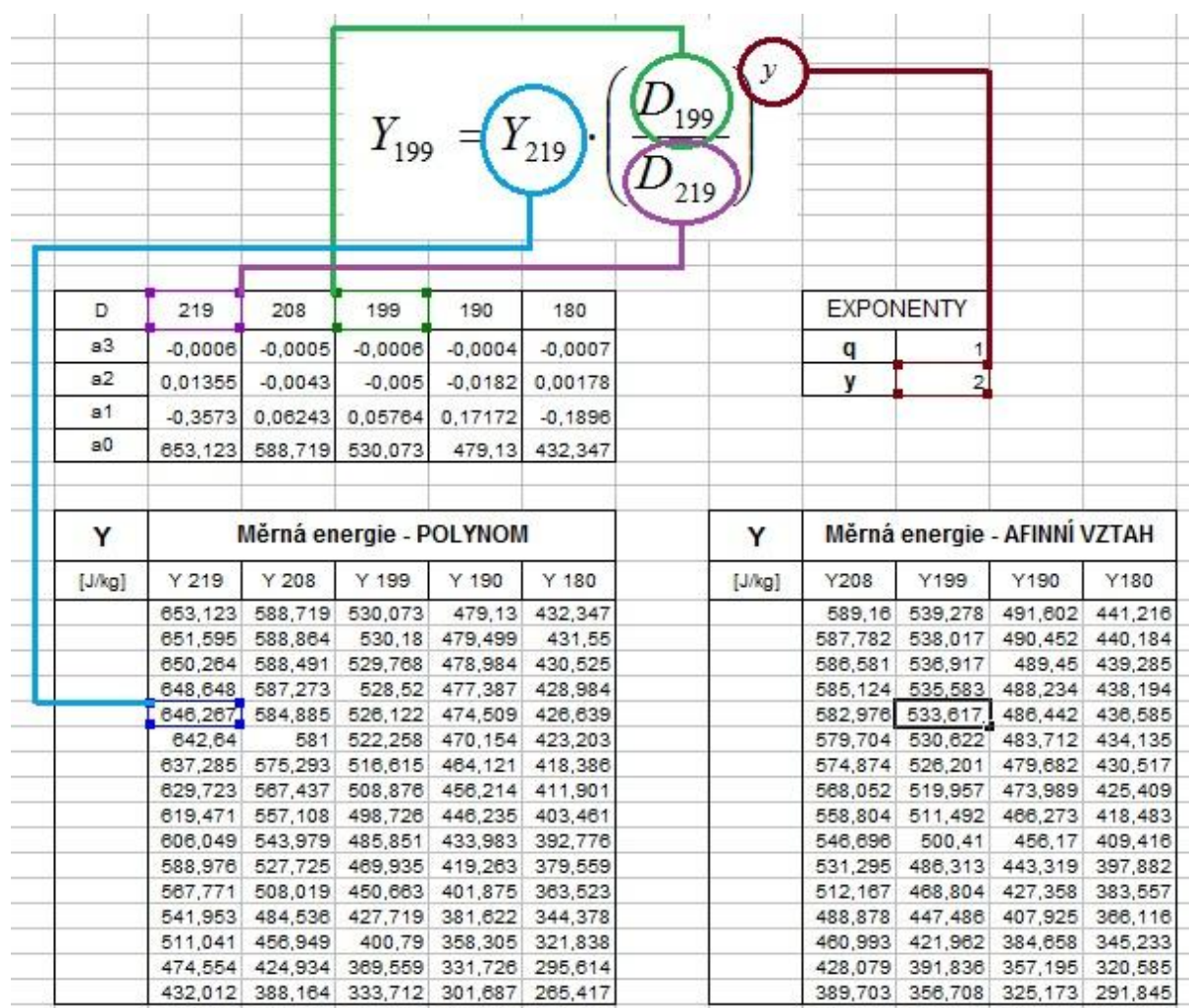
Obrázek 4-6: Numerický model - výpočet průtoků

V druhém kroku jsem vypočítali hodnoty měrných energií Y_{ij} pomocí polynomů P_y podle vztahu (4.11).



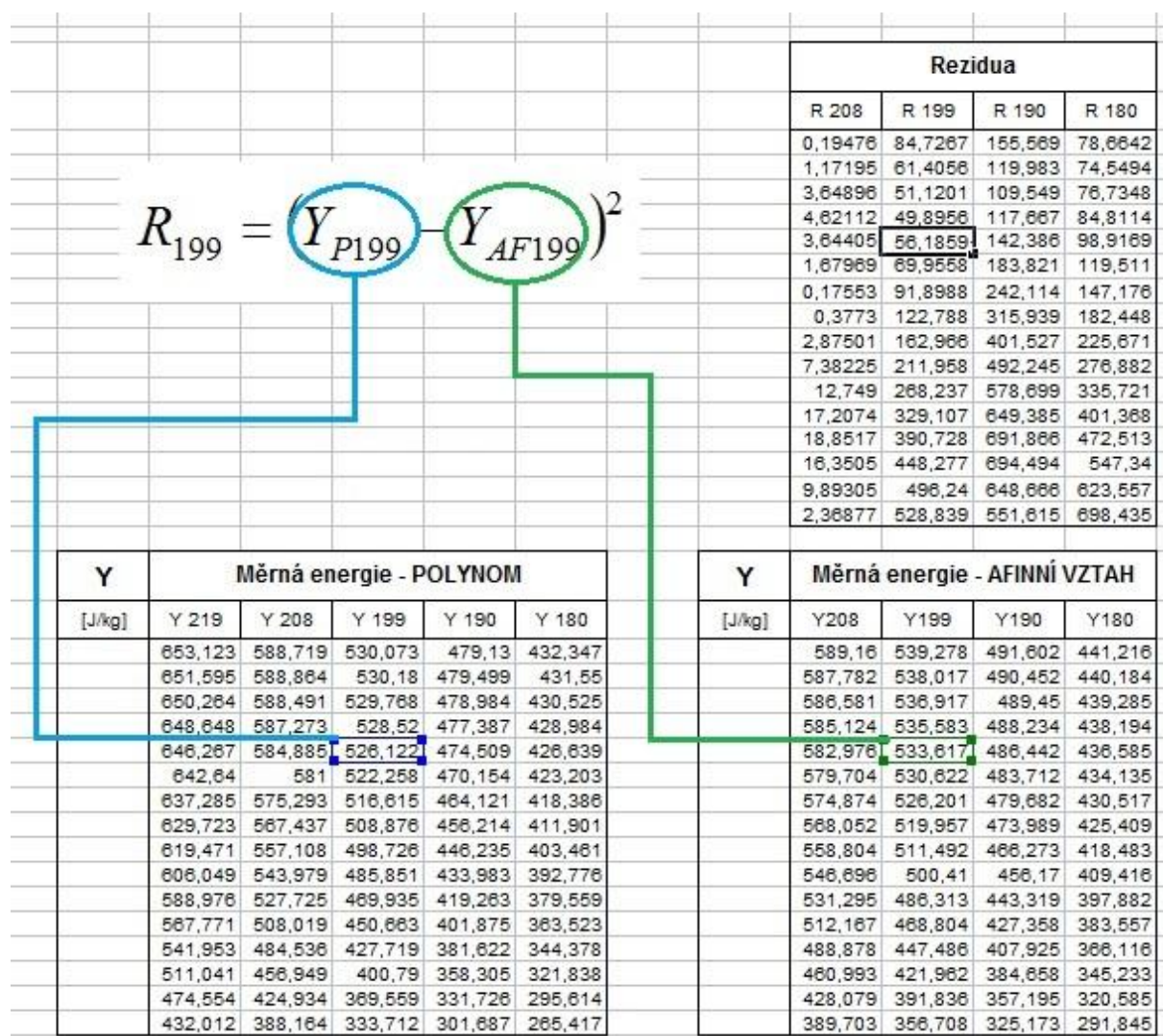
Obrázek 4-7: Numerický model - výpočet měrné energie pomocí polynomů

Dalším krokem byl výpočet měrných energií Y_{ij} pro průměry stočeného oběžného kola pomocí vztahu (4.12). Hodnota koeficientu y byla přednastavena na hodnotu 2.



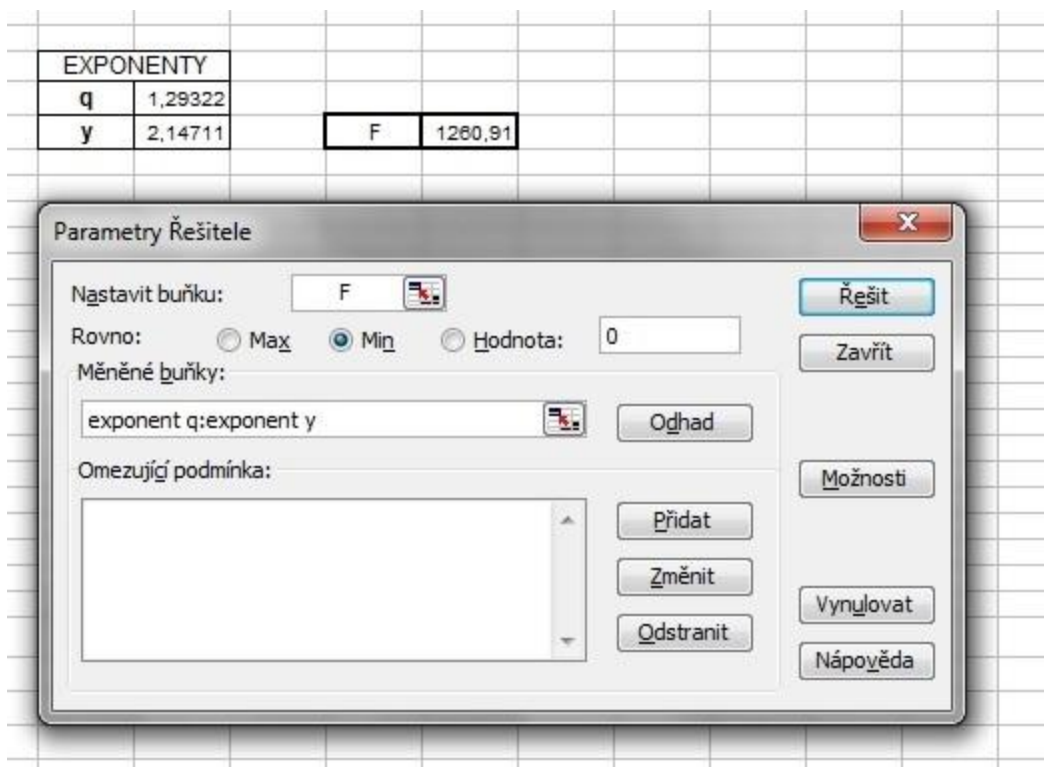
Obrázek 4-8: Numerický model - výpočet měrné energie pomocí afinního vztahu

V třetím kroku jsme vyhodnotili rezidua pro hodnoty měrných energií Y_{ij} která byla spočítána dle vzorců (4.11) a (4.12).



Obrázek 4-9: Numerický model - výpočet reziduí

V posledním kroku jsme zavedli funkci F , která charakterizuje součet všech hodnot druhých mocnin reziduí a pomocí nástroje Řešitel jsme přepočítali hodnoty exponentů q a y ve smyslu hledání minima funkce F (4.13).



Obrázek 4-10: Numerický model - výpočet exponentů pomocí nástroje Řešitel

Tímto posledním krokem jsme tedy vypočítali hodnoty exponentů q a y pro jednotlivá čerpadla. Po dosazení těchto exponentů do rovnic (3.24) a (4.3) a znalosti Q-Y charakteristiky jmenovitého průměru oběžného kola, můžeme vypočítat Q-Y charakteristiku čerpadla pro průměry stočeného oběžného kola.

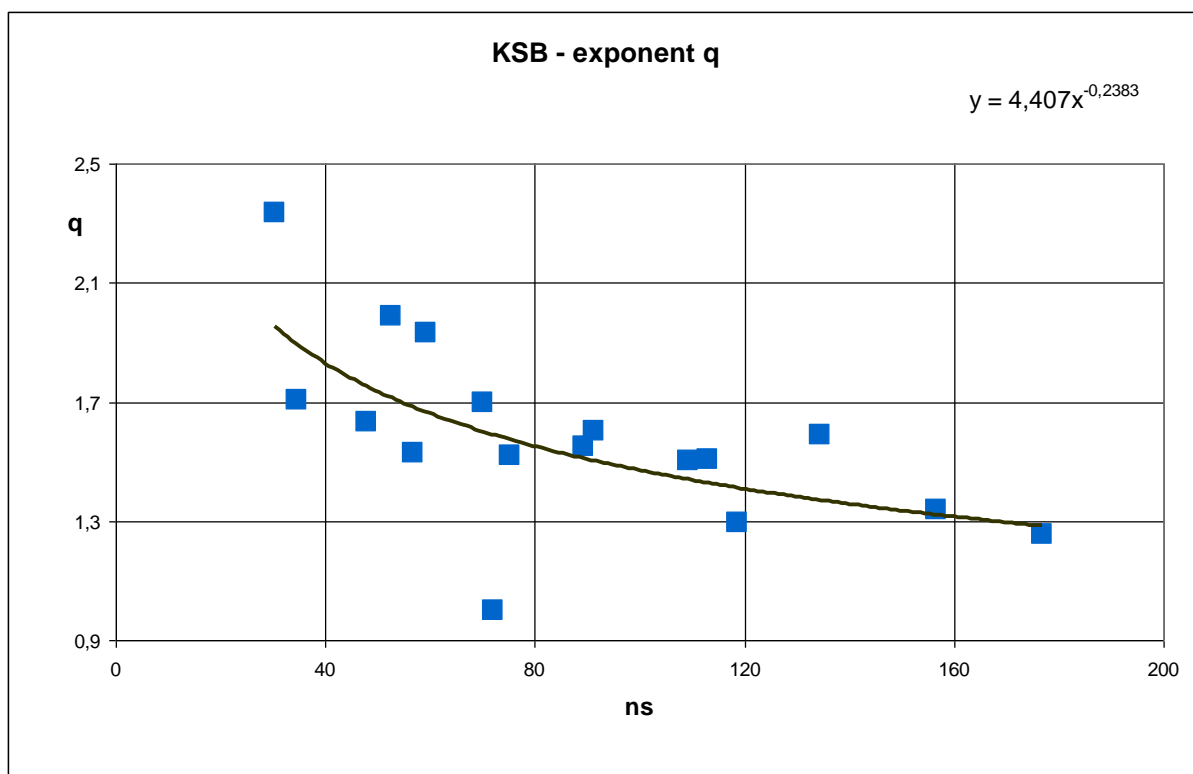
5 VÝSLEDKY

Vypočítané hodnoty exponentů q a y pro všechny druhy čerpadel jsme vynesli do grafů v závislosti na měrných specifických otáčkách čerpadel n_s , nejdříve pro každého výrobce samostatně a posléze všech výrobců dohromady.

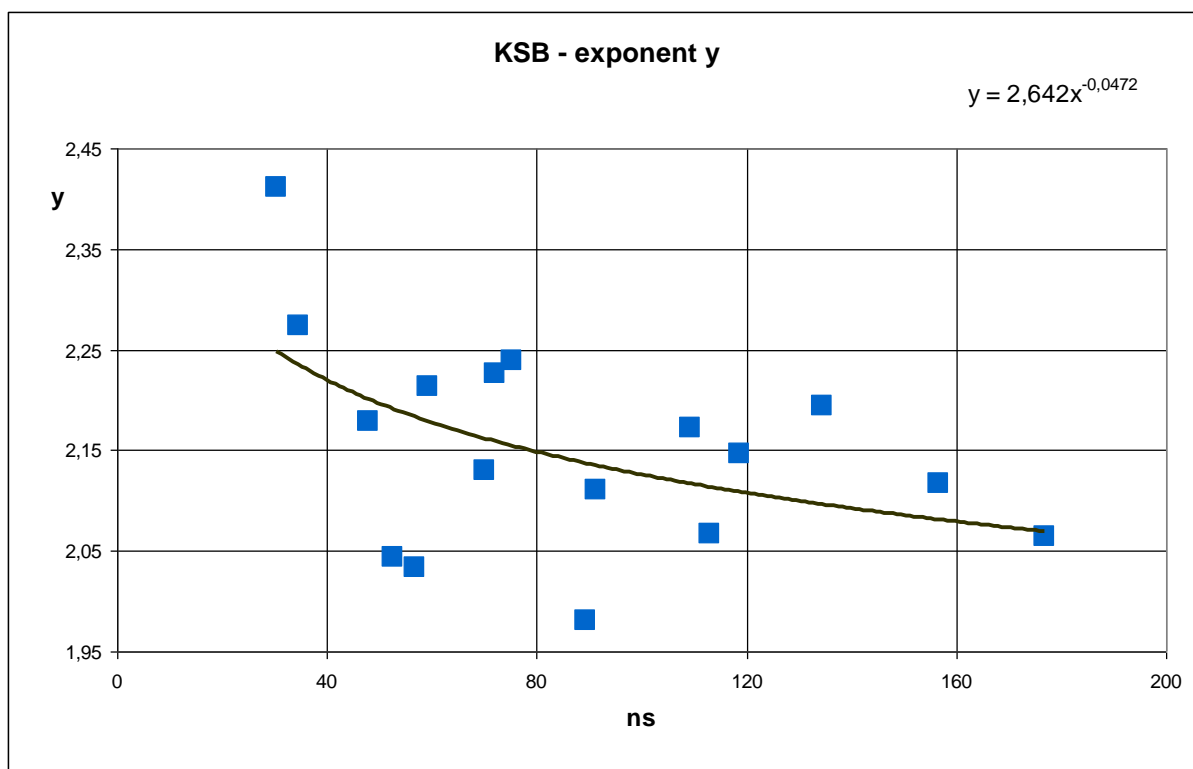
Vykreslené body v jednotlivých grafech jsme pomocí spojnice trendu proložili mocninou funkcí, která byla pro naše případy z hlediska tvaru nejpříjemnější. Nyní můžeme pomocí křivek proložení a znalosti specifických otáček libovolného čerpadla, odečíst hodnoty exponentů q a y z vybraných typů grafů.

5.1 Čerpadla KSB

V grafech (Obrázek 5-1) a (Obrázek 5-2) jsou vyneseny hodnoty exponentů q a y čerpadel KSB, vypočítané pomocí numerického modelu.



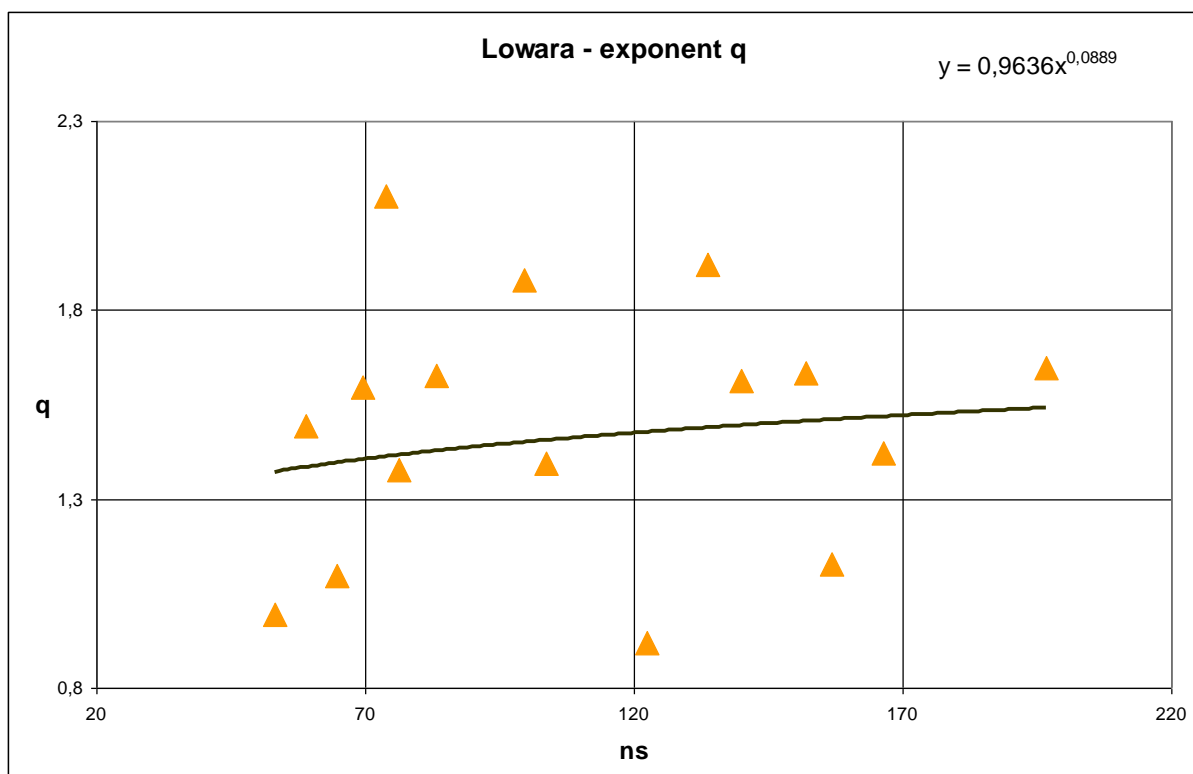
Obrázek 5-1: KSB - exponent q



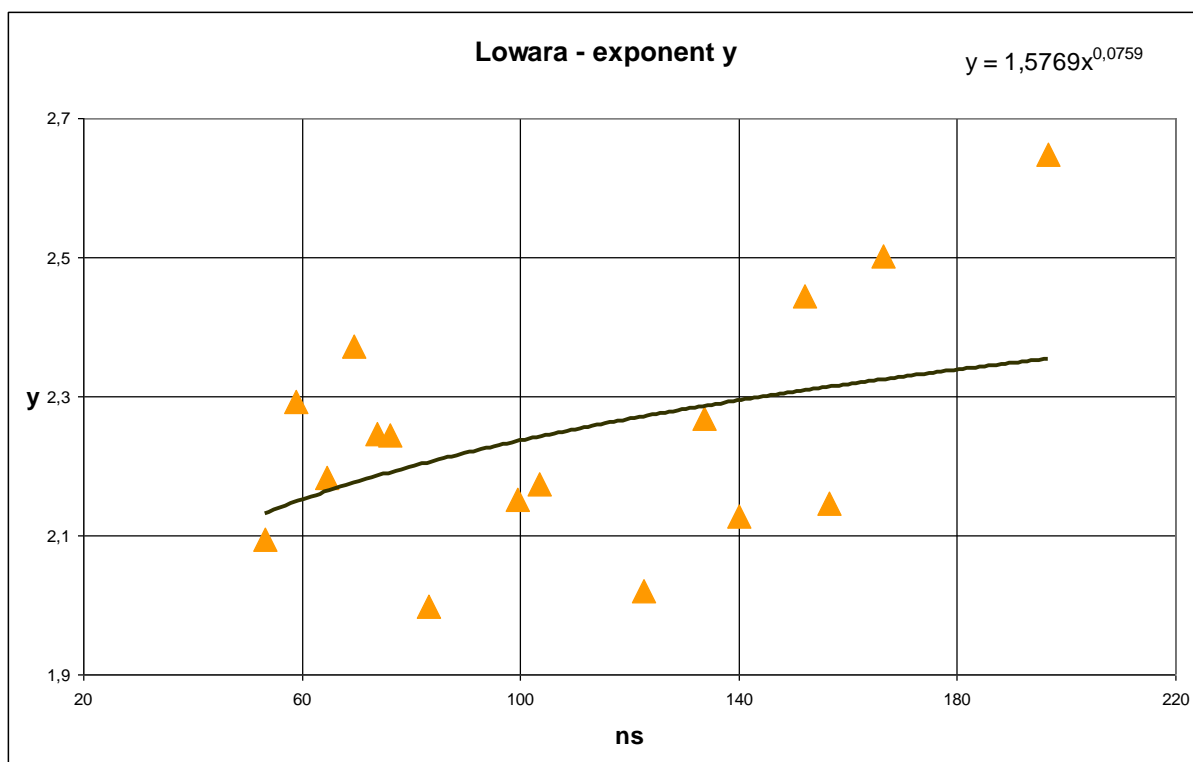
Obrázek 5-2: KSB - exponent y

5.2 Čerpadla Lowara

Hodnoty exponentů q a y výrobce čerpadel Lowara, vypočítané pomocí numerického modelu, jsou vyneseny v grafech (Obrázek 5-3) a (Obrázek 5-4).



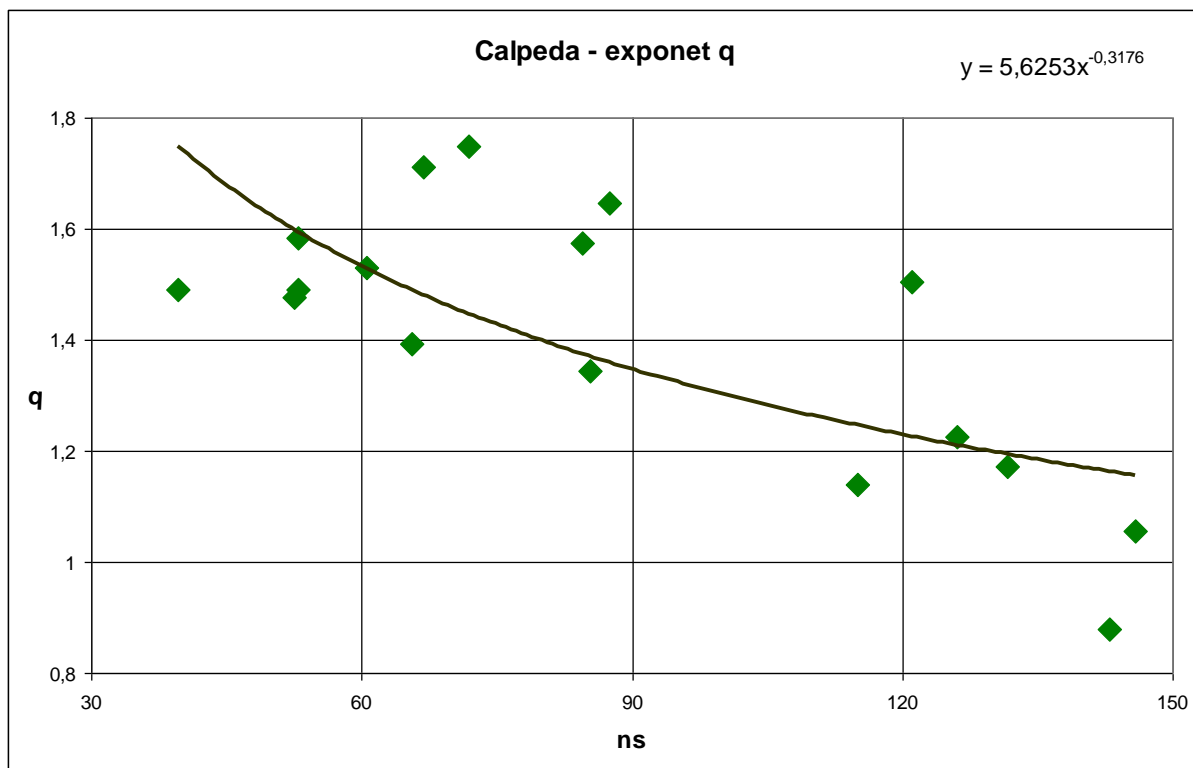
Obrázek 5-3: Lowara - exponent q



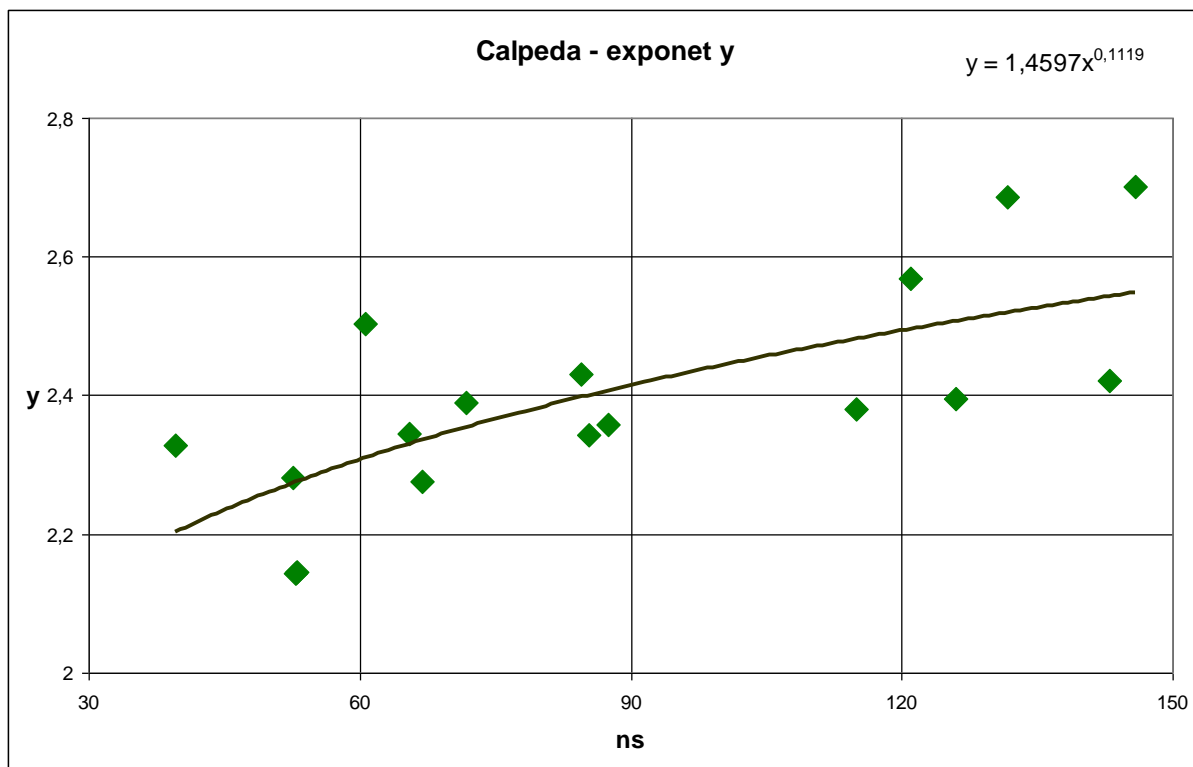
Obrázek 5-4: Lowara - exponent y

5.3 Čerpadla Calpeda

V grafech (Obrázek 5-5) a (Obrázek 5-6) jsou vyneseny hodnoty exponentů q a y od výrobce čerpadel Calpeda, které byly vypočítány pomocí numerického modelu.



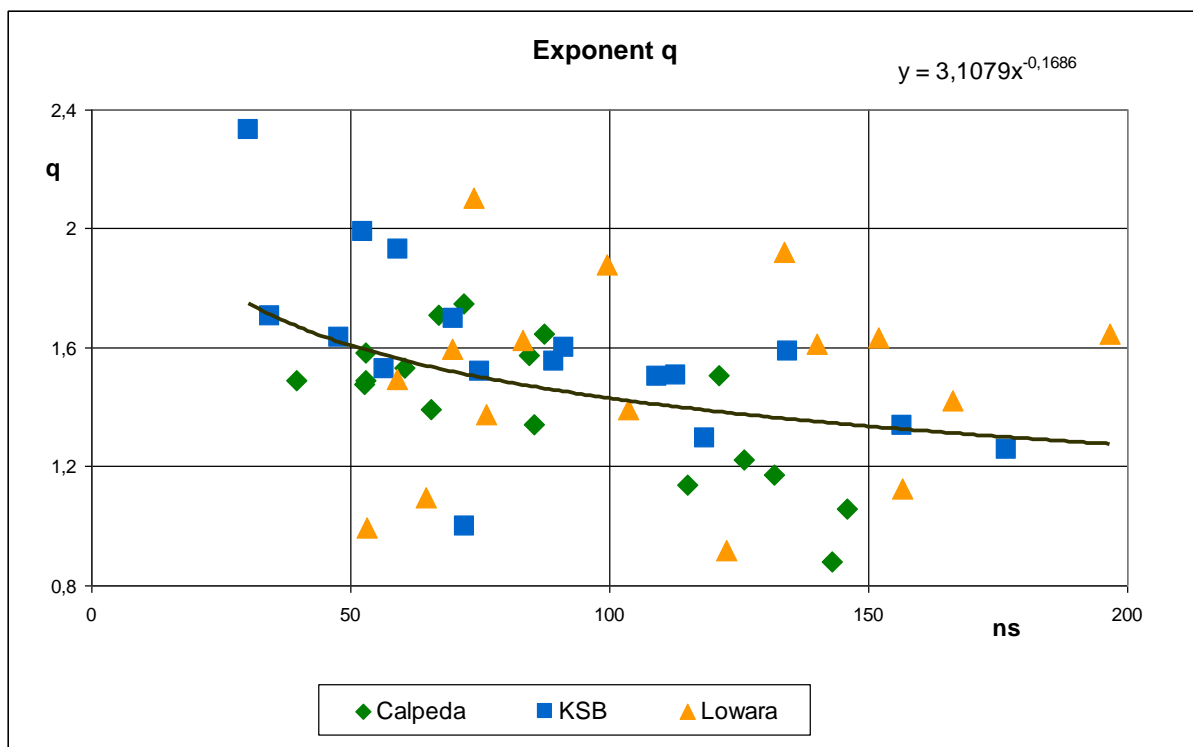
Obrázek 5-5: Calpeda - exponent q



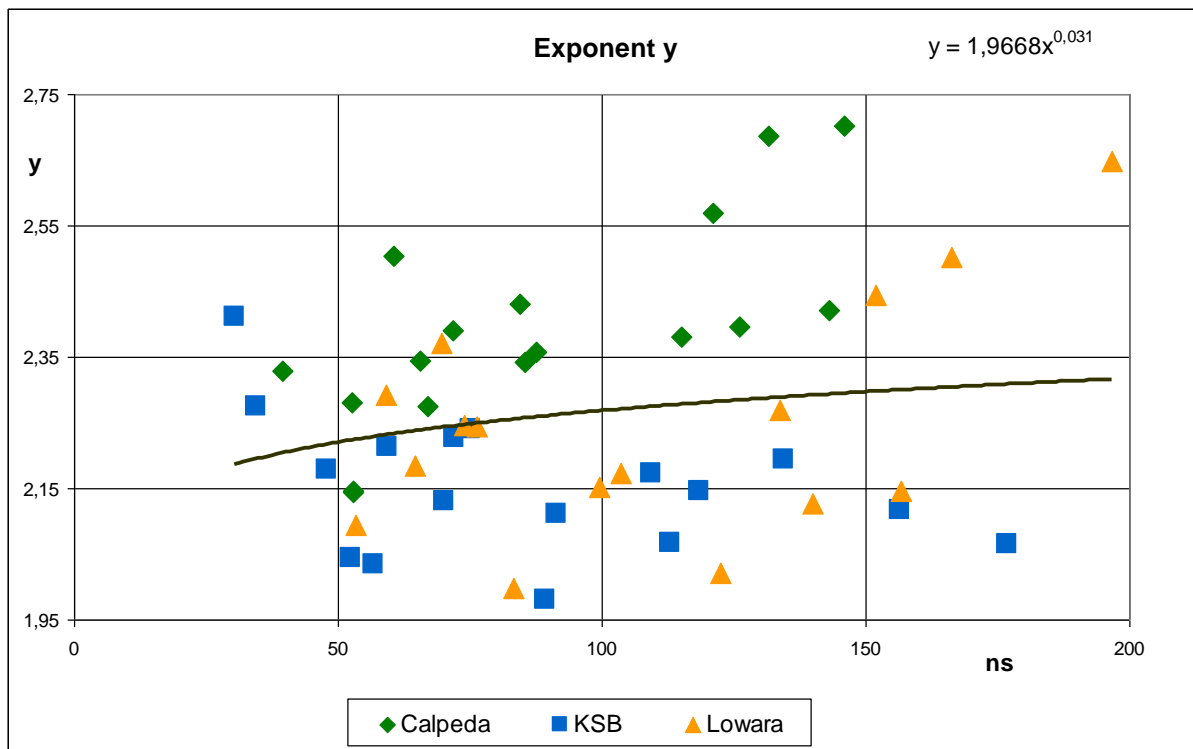
Obrázek 5-6: Calpeda - exponent y

5.4 Celkové proložení

Výsledkem této diplomové práce jsou grafy celkového proložení hodnot exponentů q (Obrázek 5-7), respektive y (Obrázek 5-8), od námi vybraných výrobců čerpadel. Tyto hodnoty byly spočítány pomocí numerického modelu, vyneseny do grafů a proloženy křivkou mocninné funkce.



Obrázek 5-7: Celkové proložení - exponent q



Obrázek 5-8: Celkové proložení - exponent y

5.5 Porovnání hodnot exponentů

V následujících tabulkách jsou uvedeny hodnoty exponentů q a y jednotlivých čerpadel. První sloupec obsahuje hodnoty získané na základě numerického výpočtu. V prostředním sloupci jsou uvedeny hodnoty, které jsme zjistili odečtením z grafů proložení konkrétního výrobce a hodnoty v posledním sloupci odpovídají údajům odečtených z grafů pro celkové proložení.

	specifické otáčky	Exponenty					
	ns	Numerický model		KSB proložení		Celkové proložení	
	[1/min]	q	y	q	y	q	y
K S B	30,41	2,333176507	2,410812743	1,952969426	2,248736272	1,747374055	2,001076209
	34,46	1,705408342	2,274092221	1,895595743	2,235496804	1,710894911	1,999769719
	47,90	1,633218224	2,178270089	1,752513353	2,20102117	1,618478716	1,996335038
	52,45	1,989938863	2,043999364	1,714955987	2,191598803	1,593859841	1,995387999
	56,64	1,527147154	2,033675256	1,683847946	2,183668308	1,573348918	1,994588096
	59,29	1,93041243	2,213289323	1,66563241	2,178969849	1,561287185	1,99411297
	70,00	1,697469048	2,130096841	1,600986548	2,161955451	1,518165079	1,99238475
	72,08	1,000437208	2,226405169	1,589860432	2,15897176	1,510692453	1,992080439
	75,09	1,520843886	2,239710958	1,574399027	2,154797546	1,500282669	1,991654077
	89,32	1,552131085	1,980209321	1,510608794	2,137220073	1,4570134	1,98985058
	91,28	1,600735843	2,110703562	1,502840666	2,135039109	1,451708087	1,989625888
	109,28	1,503228031	2,173006814	1,439715382	2,116972584	1,408293659	1,987756709
	112,96	1,508076442	2,067301598	1,428404581	2,113668569	1,400456364	1,987413338
	118,50	1,293217396	2,147108483	1,412210255	2,108901302	1,389203578	1,986917058
	134,48	1,589157884	2,194317097	1,370260226	2,096344984	1,359876991	1,985605132
	156,54	1,338390472	2,11683738	1,321532787	2,081366994	1,325480539	1,98403101
	176,71	1,256685353	2,06447792	1,283904877	2,069494711	1,29866489	1,98277611

Tabulka 5: Porovnání exponentů čerpadel od firmy KSB

	specifické otáčky	Exponenty					
	ns	Numerický model		Lowara proložení		Celkové proložení	
	[1/min]	q	y	q	y	q	y
L O W A R A	53,24	0,995616997	2,093870736	1,372259422	2,131841528	1,589871858	1,995233256
	58,99	1,492550115	2,292395394	1,384844661	2,148505412	1,562589626	1,994164445
	64,66	1,097717744	2,183906208	1,396189047	2,163507218	1,538605319	1,993209791
	69,61	1,594946112	2,371618959	1,405382116	2,17565097	1,519579292	1,992442179
	73,84	2,101863406	2,246848405	1,412773007	2,185405628	1,504542394	1,991828892
	76,21	1,376113513	2,244466284	1,416745253	2,19064518	1,496554497	1,991500681
	83,29	1,626075383	1,997360159	1,427983789	2,205457578	1,474302229	1,990577339
	99,52	1,879805277	2,15175524	1,45078001	2,235450529	1,430690042	1,988727835
	103,58	1,394164662	2,173495355	1,455942307	2,242232893	1,421087559	1,98831328
	122,48	0,919868575	2,020382794	1,477815512	2,270931421	1,381473263	1,986573866
	133,69	1,922378657	2,268277476	1,489367463	2,28606279	1,361228462	1,98566619
	140,04	1,614419632	2,127659186	1,495529501	2,294127091	1,350614256	1,985185061
	152,01	1,633914635	2,444705352	1,506473114	2,308437043	1,332072779	1,98433574
	156,66	1,127554962	2,146565423	1,510524024	2,31373016	1,325307895	1,984023009
	166,38	1,422041955	2,501869634	1,518630046	2,324315623	1,311927705	1,98339988
	196,67	1,645792848	2,647673246	1,54139094	2,353994276	1,275441214	1,981668846

Tabulka 6: Porovnání exponentů čerpadel od firmy Lowara

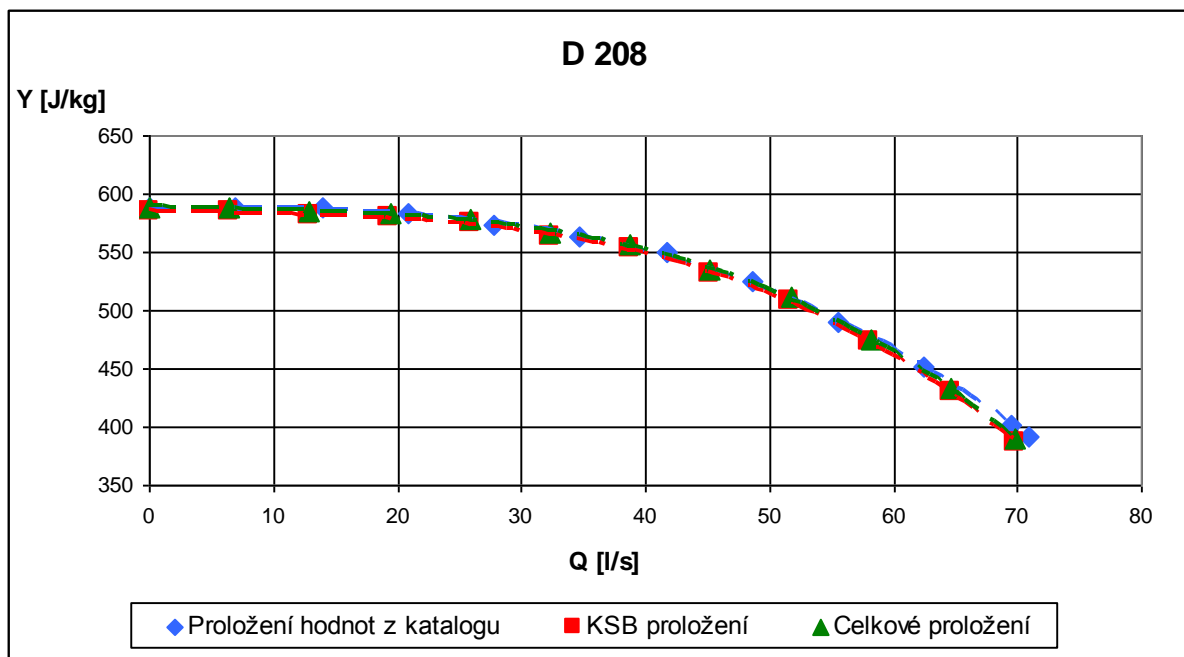
	specifické otáčky	Exponenty					
	ns	Numerický model		Calpeda proložení		Celkové proložení	
	[1/min]	q	y	q	y	q	y
C A L P E D A	39,55	1,489654953	2,328393344	1,749681368	2,202500382	1,67159677	1,998331712
	52,55	1,475903331	2,280862297	1,598667822	2,27365272	1,593361932	1,995368699
	52,95	1,582993862	2,144170501	1,594810208	2,275588406	1,591319034	1,995289453
	52,97	1,490755186	2,145269512	1,594668507	2,27565963	1,591243949	1,995286539
	60,55	1,530910925	2,502933929	1,528379559	2,309948843	1,555768047	1,993894377
	65,52	1,39353971	2,3449502	1,4904971	2,330460939	1,53517004	1,993071876
	66,88	1,711907358	2,275372052	1,48087025	2,335786162	1,529896593	1,992859582
	71,79	1,748807516	2,390576941	1,44786649	2,354404058	1,511694436	1,992121328
	84,52	1,574757691	2,430039443	1,374745189	2,397776288	1,470660086	1,990424925
	85,34	1,343522916	2,343241827	1,370549061	2,40035958	1,468274606	1,990324902
	87,48	1,64721097	2,358547032	1,359794641	2,407029519	1,46214508	1,990067165
	115,01	1,139925551	2,381223394	1,246637321	2,481833421	1,396216278	1,987226793
	121,01	1,50571796	2,568315503	1,226662978	2,49599412	1,384291445	1,986699196
	126,00	1,225068096	2,396049847	1,211035205	2,507292566	1,374897918	1,986280481
	131,68	1,172541665	2,687151959	1,19420231	2,519684953	1,3647162	1,985823491
	142,97	0,879710968	2,421555341	1,163389965	2,542992626	1,345902768	1,98497032
	145,90	1,056904714	2,701469878	1,155922867	2,54876697	1,341308449	1,984760216

Tabulka 7: Porovnání exponentů čerpadel od firmy Calpeda

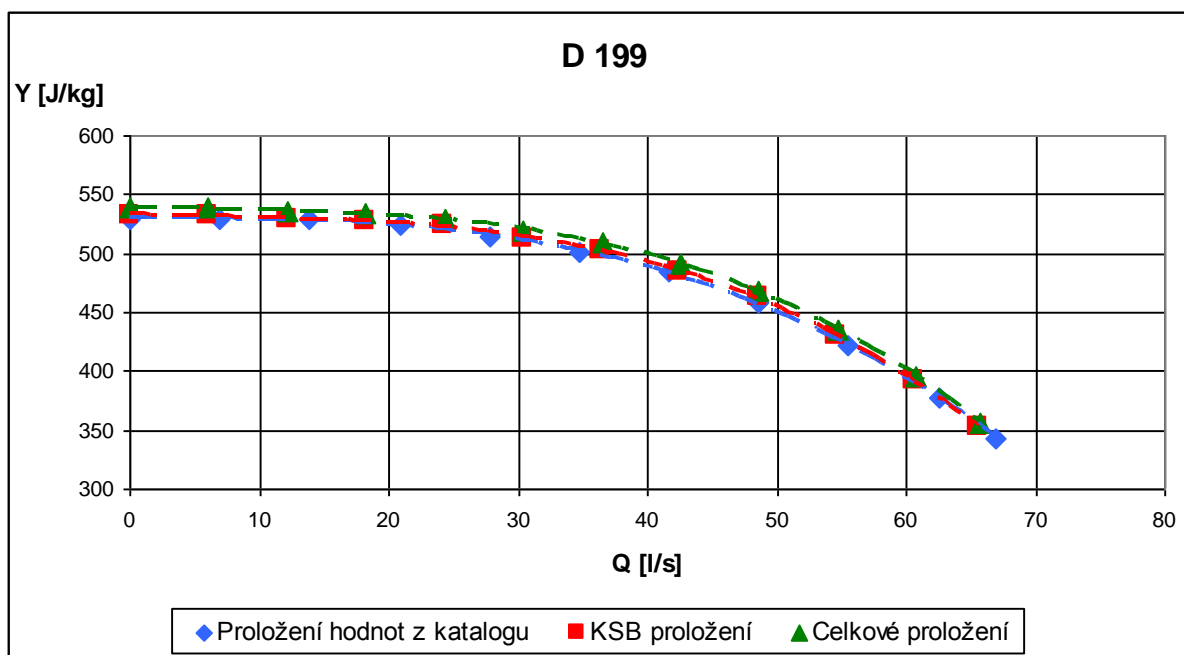
5.5.1 Porovnání katalogové a přepočtené Q-Y charakteristiky

Na základě zjištěných hodnot exponentů, uvedených v tabulkách v předchozí podkapitole, jsme u všech čerpadel provedli porovnání katalogové a přepočtené Q-Y charakteristiky pro redukované průměry oběžných kol.

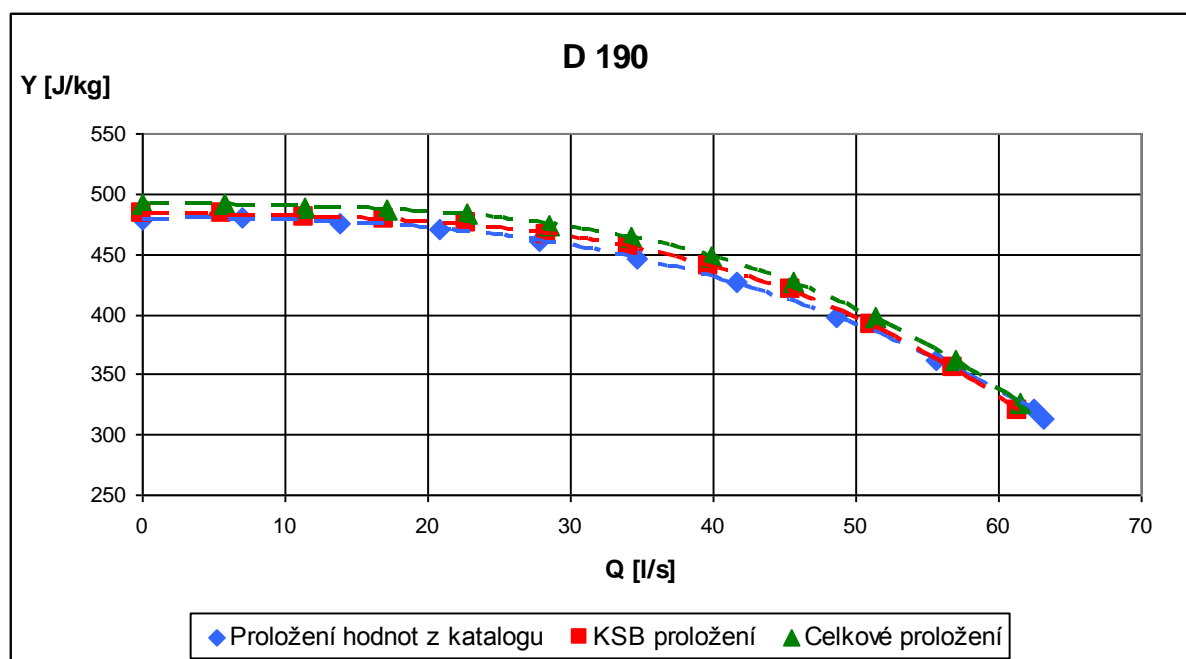
Jako příklad uvedeme porovnání katalogové a přepočtené charakteristiky čerpadla Etanorm 100-080-200 od firmy KSB pro $n_s = 118,50$ ot/min, kdy jsme vycházeli z plného oběžného kola o velikosti $D = 219$ mm a stáčeli jsme průměry OK na velikosti: 208 mm, 199 mm, 190 mm a 180 mm.



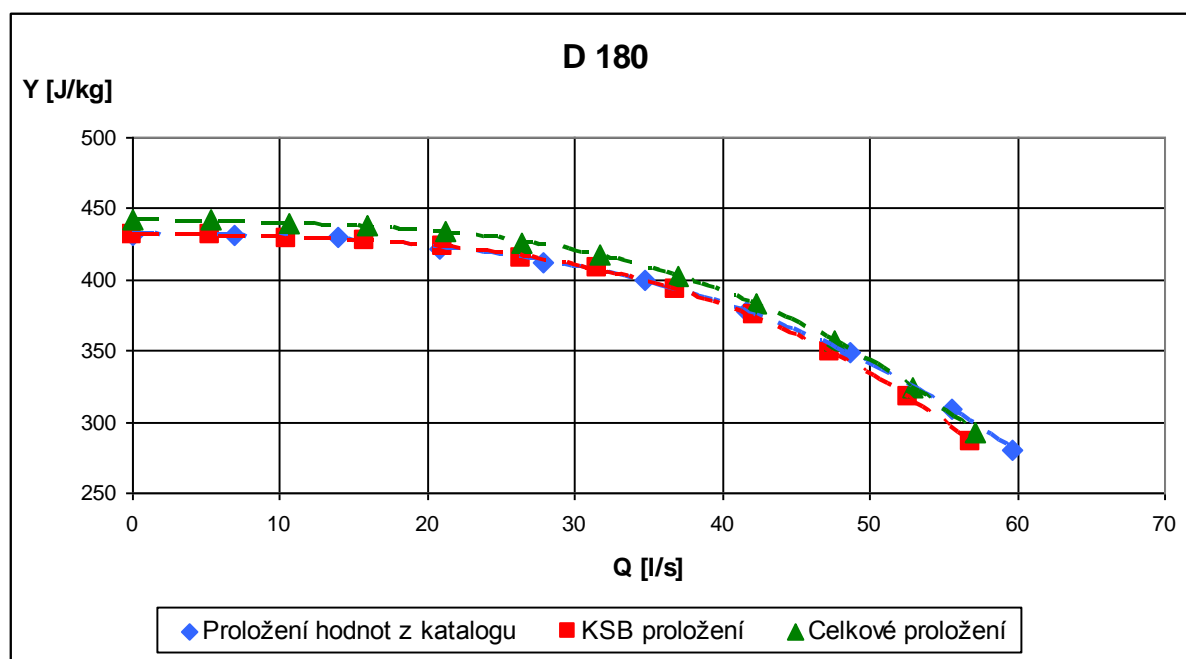
Obrázek 5-9: Porovnání Q-Y charakteristiky průměru D=208 mm



Obrázek 5-10: Porovnání Q-Y charakteristiky průměru D=199 mm



Obrázek 5-11: Porovnání Q-Y charakteristiky průměru D=190 mm



Obrázek 5-12: Porovnání Q-Y charakteristiky průměru D=180 mm

6 NÁVOD PRO VÝPOČET Q-Y CHARAKTERISTIKY STOČENÉHO OBĚŽNÉHO KOLA

V této kapitole bude uveden stručný návod jak postupovat při výpočtu Q-Y charakteristiky stočeného oběžného kola. Podmínkou tohoto výpočtu je znalost základní charakteristiky plného oběžného kola, otáček čerpadla a velikost průměru stočeného kola.

- [1] Nejdříve z charakteristiky plného oběžného kola odečteme hodnoty průtoku Q a dopravní výšky H v optimálním bodě.
- [2] Spočítáme specifické otáčky čerpadla podle vztahu:

$$n_s = 3,65 \cdot \frac{n}{\sqrt{H}} \cdot \sqrt{\frac{Q}{\sqrt{H}}}$$

kde n_s [1/min] jsou měrné specifické otáčky; n [1/min] otáčky čerpadla; Q [m³/s] průtok čerpadlem a H [m] dopravní výška.

- [3] Podle velikosti specifických otáček n_s odečteme z grafu hodnoty exponentů q a y . Jedná-li se o výrobce čerpadel KSB, Lowara nebo Calpeda, ke zjištění exponentů doporučujeme využít příslušné grafy v kapitolách (5.1), (5.2) a (5.3). Jestliže se však jedná o jiného výrobce nebo není výrobce čerpadla znám, použijeme ke zjištění exponentů grafy v kapitole (5.4).
- [4] Pro zvolené hodnoty průtoků Q , odečteme z charakteristiky plného OK příslušné hodnoty dopravní výšky H .
- [5] Pro přepočet mezi dopravní výškou H a měrnou energií Y použijeme vztah:

$$Y = H \cdot g$$

kde g [m/s] je gravitační zrychlení.

- [6] Vypočítáme velikost průtoku stočeného oběžného kola:

$$Q' = Q \cdot \left(\frac{D'}{D} \right)^q$$

kde Q [m³/s] je průtok plného OK; D' [mm] průměr stočeného OK; D [mm] průměr plného OK a q [1] je exponent pro výpočet průtoku stočeného OK.

- [7] Vypočítáme velikost měrné energie stočeného oběžného kola:

$$Y' = Y \cdot \left(\frac{D'}{D} \right)^y$$

kde Y [J/kg] je měrná energie plného OK; D' [mm] průměr stočeného OK; D [mm] průměr plného OK a y [1] je exponent pro výpočet měrné energie stočeného OK.

- [8] Na základě vypočítaných hodnot průtoku Q' a měrné energie Y' sestavíme Q-Y charakteristiku stočeného průměru oběžného kola.

7 ZÁVĚR

Při praktickém použití radiálních odstředivých čerpadel v praxi je možno měnit parametry čerpadla stočením oběžného kola. Stáčení je technika při které dochází ke zmenšování vnějšího průměru oběžného kola a nemělo by být větší než 25% z původního průměru. Při větších redukcích průměrů dochází ke zvětšení vůle mezi OK a spirálou, které má za následek vznik vířivého proudění. Toto proudění může způsobovat nízkofrekvenční axiální vibrace a kavitaci, vedoucí až k mechanickému poškození čerpadla.

Každé čerpadlo je popsáno základní charakteristikou Q-Y, která popisuje závislost průtoku na měrné energii a je součástí katalogu výrobce čerpadla. Výrobce k této základní charakteristice obvykle udává i charakteristiky pro různý počet stočení oběžných kol. Pokud však potřebujeme plný průměr oběžného kola upravit-stočit a charakteristiky pro stočení OK nejsou k dispozici, můžeme k výpočtu změny Q-Y charakteristiky po stočení oběžného kola použít současné vztahy. Tyto vztahy vycházejí z předpokladu, že rychlostní trojúhelníky na výstupu z OK pro plný a redukovaný průměr jsou si podobné. Při stočení oběžného kola tedy dochází ke snížení rychlostí v poměru průměru OK, ale úhly zůstávají konstantní. Výpočty na základě těchto vztahů jsou však nepřesné a úkolem diplomové práce bylo na základě dostupných charakteristik čerpadel stanovit přesnější přepočební vztahy charakteristiky čerpadla po stočení oběžného kola.

Pro výpočet průtoku a měrné energie po stočení oběžného kola, jsme se snažili najít takové funkce, kde by poměr průtoků, respektive měrných energií, stočeného a nestočeného OK byl závislý na poměru jejich průměrů. Vycházeli jsme ze současných afinních vztahů a naším cílem bylo stanovit hodnoty exponentů q pro výpočet průtoku, a y pro výpočet měrné energie. Pro výpočet jsme použili charakteristiky čerpadel od výrobců KSB, Lowara a Calpeda. Následně jsme na základě velikosti specifických otáček vybrali určitý počet čerpadel, tak abychom u každého výrobce pokryli rozsah specifických otáček od 30 až do 200 ot./min, odpovídajícím radiálním odstředivým čerpadlům. Čerpadla s vyššími specifickými otáčkami se stácejí částečně nebo vůbec.

Postup výpočtu se skládal z několika kroků. V prvním kroku jsme k vybraným typům čerpadel odečetli z charakteristik hodnoty průtoku a dopravní výšky pro jmenovitý i stočené průměry OK. Poté jsme tyto hodnoty vynesli do grafů Q-Y. Pomocí polynomicke regrese jsme vykreslenými body proložili polynomy třetího stupně a zjistili jejich rovnice pro všechny průměry OK. Následně jsme sestavili numerický model pomocí kterého jsme, pro každé čerpadlo s danými specifickými otáčkami, vypočítali hodnoty hledaných exponentů q a y charakterizující přepočební vztahy charakteristiky čerpadla po stočení OK.

Vypočítané hodnoty exponentů q a y pro všechny typy čerpadel jsme vynesli do grafů v závislosti na měrných specifických otáčkách čerpadel, nejdříve pro každého výrobce samostatně a posléze všech výrobců dohromady. V jednotlivých grafech jsme vykreslené body proložili mocninou funkcí, která byla pro naše případy z hlediska tvaru nejpřijatelnější. Nyní můžeme pomocí křivek proložení a znalosti specifických otáček libovolného čerpadla, odečíst hodnoty exponentů z vybraných typů grafů.

Součástí práce jsou tabulky, kde můžeme porovnat změnu hodnot exponentů jednotlivých čerpadel získaných numerický výpočtem, odečtením z grafů proložení konkrétního výrobce nebo z grafů pro celkové proložení. Na základě zjištěných hodnot exponentů, uvedených v těchto tabulkách, jsme u všech čerpadel provedli porovnání katalogové a přepočtených Q-Y charakteristik pro redukované průměry oběžných kol.

Výsledkem diplomové práce jsou grafy, které slouží ke zjištění exponentů q a y na základě velikosti specifických otáček čerpadla. Po dosazení hodnot exponentů do uvedených vztahů vypočítáme hodnoty průtoku a měrné energie a můžeme sestavit Q-Y charakteristiku po stočení oběžného kola. Díky výsledkům uvedených v této diplomové práci, můžeme s větší jistotou navrhovat stočení oběžných kol.

V rámci vyhodnocení diplomové práce byl vytvořen výpočtový sešit aplikace Microsoft Excel, který obsahuje potřebné výpočty a grafy.

Seznam použitých zdrojů

Přednášky

- [1] HALUZA, M. *Přednášky – Tekutinové stroje I.* Brno, Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Odbor fluidního inženýrství Victora Kaplana, 2013.
- [2] HABÁN, V. *Přednášky – Potrubní technika.* Brno, Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Odbor fluidního inženýrství Victora Kaplana, 2013.

Tištěné a elektronické publikace

- [3] HYRIAK, M. *Vliv stočení oběžného kola čerpadla, změna Q-Y charakteristiky.* Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2013. 47 s. Vedoucí bakalářské práce doc. Ing. Miloslav Haluza, CSc.
- [4] WWW stránky: *icerpadlo.cz* [online]. [citováno 2014-05-07]. Dostupné z: <<http://icerpadlo.cz/rozdeleni-cerpadel/odstrediva-cerpada/>>
- [5] VOJÁČEK, A: Principy průmyslových čerpadel 4.díl – odstředivá čerpadla. *automatizace.hw.cz* [online]. [citováno 2014-05-07]. Dostupné z: <<http://automatizace.hw.cz/principy-prumyslovych-cerpadel-4dil-odstrediva-cerpada/>>
- [6] WWW stránky: *druhy-cerpadel.cz* [online]. [citováno 2014-05-07]. Dostupné z: <<http://druhy-cerpadel.cz/hydrodynamicka/odstrediva/>>
- [7] WWW stránky: *axflow.com* [online]. [citováno 2014-05-07]. Dostupné z: <<http://www.axflow.com/cz/site/produkty/kategorie/cerpada/odstrediva-cerpada/pompe-travaini-tchm-tctm/#overview>>
- [8] WWW stránky: *strojirna.webnode.cz* [online]. [citováno 2014-05-07]. Dostupné z: <files.strojirna.webnode.cz/200000054-69e606ae11/Čerpadla.pdf>
- [9] WWW stránky: *icerpadlo.cz* [online]. [citováno 2014-05-07]. Dostupné z: <<http://icerpadlo.cz/co-je-to-npsh/>>
- [10] WWW stránky: *cbs.grundfos.com* [online]. [citováno 2014-05-07]. Dostupné z: <http://cbs.grundfos.com/GCZ_Czech_Republic/lexica/HEA_NPSH.html>
- [11] ENERGY TIPS – PUMPING SYSTEMS: *Trim or Replace Impellers on Oversized Pumps* [online]. 7th of September 2006 [citováno 2014-05-07]. Dostupné z: <http://www1.eere.energy.gov/manufacturing/tech_assistance/pdfs/trim_replace_impellers7.pdf>
- [12] THE ONLINE PUMP MAGAZINE: *Impeller Trimming* [online]. 22nd of September 2003 [citováno 2014-05-07]. Dostupné z: <http://impeller.net/magazine/Enc_en/doc28x.asp>
- [13] CENTIFUGAL-PUMP.ORG: *How To Cut down an Impeller Diameter* [online]. [citováno 2014-05-07]. Dostupné z: <http://centrifugalpump.org/impeller_trimming.html>
- [14] NELIK, L.: *Variable Speed or Impeller Trim?* [online]. June 2010 [citováno 2014-05-07]. Dostupné z: <<http://www.pump-zone.com/topics/pumps/pumps/variable-speed-or-impeller-trim>>

-
- [15] XYLEMAPPLIEDWATER.AT: *Trimming the Pump Impeller Can Cut Costs* [online]. [citováno 2014-05-07]. Dostupné z: <<http://xylemappliedwater.at/2011/04/30/trimming-the-pump-impeller-can-cut-costs/>>
- [16] WWW stránky: *saraswathula.tripod.com* [online]. [citováno 2014-05-07]. Dostupné z: <<http://saraswathula.tripod.com/trimming.htm>>
- [17] WEN-GUAN LI: *Impeller Trimming of an Industrial Centrifugal Viscous Oil Pump* [online]. December 2011 [citováno 2014-05-07]. Dostupné z: <http://www.sid.ir/en/VEWSSID/J_pdf/1000820111701.pdf>
- [18] BARRIO, R.; BLANCO, E.; PARRONDO, J.; SANTOLARIA, C.: *Impeller Numerical Study on the Effect of Impeller Trimming on the Performance And Low Characteristics of a Centrifugal Pump With Volut- Casing* [online]. [citováno 2014-05-07]. Dostupné z: <<http://www.cerpch.unifei.edu.br/arquivos/artigos/6cd984c0f503a5453d8f202f98f63ed1.pdf>>
- [19] WWW stránky: *pumpfundamentals.com* [online]. [citováno 2014-05-07]. Dostupné z: <<http://www.pumpfundamentals.com/help7.html>>
- [20] WWW stránky: *sulzer.com* [online]. [citováno 2014-05-07]. Dostupné z: <<http://www.sulzer.com/en/Products-and-Services/Pumps-Services/Technical-and-Economical-Optimization/Retrofit/Retrofit-Solutions/Impeller-Trimming>>
- [21] WWW stránky: *ietd.iipnetwork.org* [online]. [citováno 2014-05-07]. Dostupné z: <<http://ietd.iipnetwork.org/content/impeller-trimming>>
- [22] WORREL, E.; BLINDE, P.; NEELIS, M.; BLOMEN, E.; MASENET, E.: *Energy Efficiency Improvement and Cost Saving Opportunities for the U.S. Iron and Steel Industry* [online]. October 2010 [citováno 2014-05-07]. Dostupné z: <http://www.energystar.gov/ia/business/industry/Iron_Steel_Guide.pdf?25eb-abc5>
- [23] WWW stránky: *mcnallyinstitute.com* [online]. [citováno 2014-05-07]. Dostupné z: <<http://www.mcnallyinstitute.com/12-html/12-06.html>>
- [24] WWW stránky: *shop.ksb.com* [online]. [citováno 2014-05-19]. Dostupné z: <https://shop.ksb.com/ims_docs/F3/F37242536BFBC63E10000000AD5062A.pdf>
- [25] WWW stránky: *calpeda.cz* [online]. [citováno 2014-05-19]. Dostupné z: <<http://www.calpeda.cz/cz/ke-stazeni>>
- [26] WWW stránky: *lowara.com* [online]. [citováno 2014-05-19]. Dostupné z: <<http://www.lowara.com/lowdata/doc/EN/fh-td-en.pdf>>
- [27] ČERMÁK, L.; HLAVIČKA, R.: *Numerické metody*. Brno, Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2013.
- [28] LIKEŠ, J.; MACHEK, J.: *Matematická statistika*. Praha: SNTL, 1988. 178 s., 2. vydání
-

Seznam použitých zkratk a symbolů

Seznam zkratk

OK	oběžné kolo
min	minuta
ot	otáčky

Seznam symbolů

Q	[l/s]	průtok
D	[m]	průměr oběžného kola
H	[m]	dopravní výška
Y	[J/kg]	měrná energie
P	[W]	výkon
A	[m]	vzdálenost
B	[m]	vzdálenost
λ	[1]	poměr plného a stočeného průměru oběžného kola
n_1	[1]	exponent při výpočtu průtoku stočeného oběžného kola
n_2	[1]	exponent při výpočtu dopravní výšky stočeného oběžného kola
n_3	[1]	exponent při výpočtu výkonu stočeného oběžného kola
n_{20}	[1]	exponent při výpočtu dopravní výšky v závěrném bodě stočeného oběžného kola
n_{30}	[1]	exponent při výpočtu výkonu v závěrném bodě stočeného oběžného kola
H_0	[m]	dopravní výška v závěrném bodě
P_0	[W]	výkon v závěrném bodě
u_2	[m/s]	unášivá rychlost
w_2	[m/s]	relativní rychlost
c_2	[m/s]	absolutní rychlost
c_{u2}	[m/s]	obvodová rychlost
c_{m2}	[m/s]	meridiánová rychlost
β_2	[deg]	úhel lopatky
γ_2	[deg]	úhel natočení lopatky
α_2	[deg]	úhel spirály
r_2	[m]	poloměr oběžného kola
ϕ	[1]	průtokový součinitel
b_2	[m]	šířka lopatky
n_2	[1/min]	otáčky oběžného kola
n_s	[1/min]	specifické otáčky
η	[%]	účinnost čerpadla
η_{opt}	[%]	účinnost čerpadla v optimálním bodě
S_2	[m ²]	výstupní plocha oběžného kola
π	[1]	Ludolfovo číslo
D_2	[m]	průměr oběžného kola na výstupu z čerpadla

n	[1/min]	otáčky čerpadla
ψ	[1]	exponent
q	[1]	exponent při výpočtu průtoku stočeného oběžného kola
y	[1]	exponent při výpočtu měrné energie stočeného oběžného kola
σ	[m]	křivočará souřadnice pro měnící se meridián
α	[deg]	úhel označující změnu lopatky
Δb_2	[m]	změna šířky lopatky
g	[m/s ²]	gravitační zrychlení
η_h	[%]	hydraulická účinnost
κ	[1]	koeficient korekce
ρ	[kg/m ³]	hustota
y_i	[1]	závislá proměnná
x_i	[1]	nezávislá proměnná
i	[1]	index
j	[1]	index
k	[1]	index
n	[1]	index
m	[1]	index
P_k	[1]	polynom k-tého stupně
a	[1]	koeficient
r	[1]	reziduum
F	[1]	funkcionál
A	[1]	matice
b	[1]	vektor
x	[1]	vektor
R_1	[m]	poloměr vzdálenosti od osy otáčení k nosu spirály

Seznam obrázků

Obrázek 2-1: Jednostupňové radiální odstředivé čerpadlo [7]	11
Obrázek 3-1: Hledání nového optimálního bodu [3]	15
Obrázek 3-2: Řez středem kanálu, na kterém je zobrazeno rozložení rychlostí na výstupu z lopatky oběžného kola [1, 3]	18
Obrázek 3-3: Rychlostní trojúhelníky oběžných kol při plném i stočeném průměru [1]	19
Obrázek 3-4: Úhel lopatky [1,3]	19
Obrázek 3-5: Čelní plocha lopatky s označeným úhlem natočení [3]	20
Obrázek 3-6: Spirála čerpadla [1, 3]	20
Obrázek 3-7: Meridiánový řez oběžného kola, na kterém je znázorněná meridiánová rychlost [1, 3]	21
Obrázek 3-8: Typy oběžných kol podle velikosti n_s [3]	21
Obrázek 3-9: Posun optimálního bodu čerpadla dosažený stočením oběžného kola [3]	22
Obrázek 3-10: Lopatka s neměnicí se šířkou [3]	25
Obrázek 3-11: Závislosti pro neměnicí se šířku oběžného kola [3]	26
Obrázek 3-12: Lineárně se rozšiřující šířka lopatky [3]	26
Obrázek 3-13: Závislosti pro lineárně se rozšiřující šířku oběžného kola [3]	27
Obrázek 3-14: Lineárně se zmenšující šířka lopatky [3]	28
Obrázek 3-15: Závislosti pro lineárně se zmenšující šířku oběžného kola [3]	29
Obrázek 3-16: Vypočítané poklesy průtoku při stáčení oběžných kol [3]	29
Obrázek 4-1: Q-H charakteristika čerpadla Etanorm 100-080-200 od firmy KSB [24]	35
Obrázek 4-2: Q-Y charakteristika čerpadla – vynesené hodnoty	36
Obrázek 4-3: Princip metody nejmenších čtverců	37
Obrázek 4-4: Q-Y charakteristika čerpadla – regrese	39
Obrázek 4-5: Zápis funkce LINREGRESE v Excelu	40
Obrázek 4-6: Numerický model - výpočet průtoků	42
Obrázek 4-7: Numerický model - výpočet měrné energie pomocí polynomů	43
Obrázek 4-8: Numerický model - výpočet měrné energie pomocí afinního vztahu	44
Obrázek 4-9: Numerický model - výpočet reziduí	45
Obrázek 4-10: Numerický model - výpočet exponentů pomocí nástroje Řešitel	46
Obrázek 5-1: KSB - exponent q	48
Obrázek 5-2: KSB - exponent y	48
Obrázek 5-3: Lowara - exponent q	49
Obrázek 5-4: Lowara - exponent y	49
Obrázek 5-5: Calpeda - exponent q	50
Obrázek 5-6: Calpeda - exponent y	50
Obrázek 5-7: Celkové proložení - exponent q	51
Obrázek 5-8: Celkové proložení - exponent y	51
Obrázek 5-9: Porovnání Q-Y charakteristiky průměru $D=208$ mm	54
Obrázek 5-10: Porovnání Q-Y charakteristiky průměru $D=199$ mm	54
Obrázek 5-11: Porovnání Q-Y charakteristiky průměru $D=190$ mm	55
Obrázek 5-12: Porovnání Q-Y charakteristiky průměru $D=180$ mm	55